

А.А. ОРЛОВ,  
Д.Н. СТАРОДУБОВ  
**Модель и алгоритм синтеза  
изображения линейчатой структуры  
на снимках промышленных  
материалов**

УДК 004.942

Муромский институт  
(филиал) ФГБОУ ВПО  
«Владимирский  
государственный  
университет имени  
А.Г. и Н.Г. Столетовых»

*Работа поддержана грантом РФФИ  
№ 11-07-97515*

*Предложена математическая модель фрагмента изображения и алгоритм его синтеза, обеспечивающие адекватное представление линейчатых микро- и наноструктур на снимках промышленных материалов и изделий. Приведены экспериментальные результаты синтеза изображения наноструктуры.*

*A mathematical model of image and algorithm of its synthesis providing adequate representation of line of micro-and nanostructures in images of industrial materials and products offered. The experimental results synthesis of nanostructure images are given.*

Для большинства классов изображений наиболее ценными данными является препарат протяженных линейчатых объектов. Таковыми являются, например, контуры на изображениях, а также сцены, на которых непосредственно присутствуют изображения объектов в виде полос. На изображениях промышленных объектов и материалов это, например, треки, трещины, линейчатые образы и контуры вкраплений на микро- и наномасштабных снимках и т.п. Актуальным является проведение теоретических исследований связанных с разработкой и применением новых более качественных специальных методов обработки изображений линейчатой структуры [1-5]. Очень важным является оценка качества разработанных алгоритмов. Для этого необходимо проводить исследования на те-

стовых изображениях. Возникает задача получения тестовых изображений – в данном случае синтеза полосовых образов, которыми является вся линейчатая структура, включая контуры объектов на снимках.

Целью настоящей работы является формирование математического аппарата, представляющего собой основу алгоритмов синтеза сцен полосовых изображений на примере образов нанообъектов.

### Моделирование фона

Составим математическую модель сцены, содержащей полосу. Путь  $\gamma : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  – функция яркости некоторого изображения в непрерывном пространстве  $\mathbb{R}^2$ .

Изображение, заданное функцией  $\gamma : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , будем называть фоном.

В качестве модели изображения, содержащего полосовой образ, возьмем алгебраическую сумму

$$f(x,y) = \gamma(x,y) + \chi(x,y),$$

где  $\chi(x,y)$  – характеристическая функция, задающая образ полосы с профилем  $A(x)$ .

Анализ фона рассматриваемых реальных изображений показывает, что спектр фона очень хорошо аппроксимируется гиперболой (рис. 1):

$$|z(w)| = \frac{a}{w - b}.$$

Для синтеза фона будем генерировать гиперболический спектр и искажать его добавлением случайной комплексной составляющей:

$$z_1(w) = z(w) + U + iW,$$

где  $U, W$  – стандартные гауссовские случайные величины.

Складывая изображение полосы и фона, мы наносим шум на образ полосы. Интенсивность такого шума будет характеризоваться параметрами  $a$  и  $b$ . Чем больше значение  $a$ , тем больше искажается полоса. По графику спектра видно, параметр  $b$  должен быть отрицательным. Чем ближе он к нулю, тем больше низкочастотных шумов, которые отображаются в виде пятен.

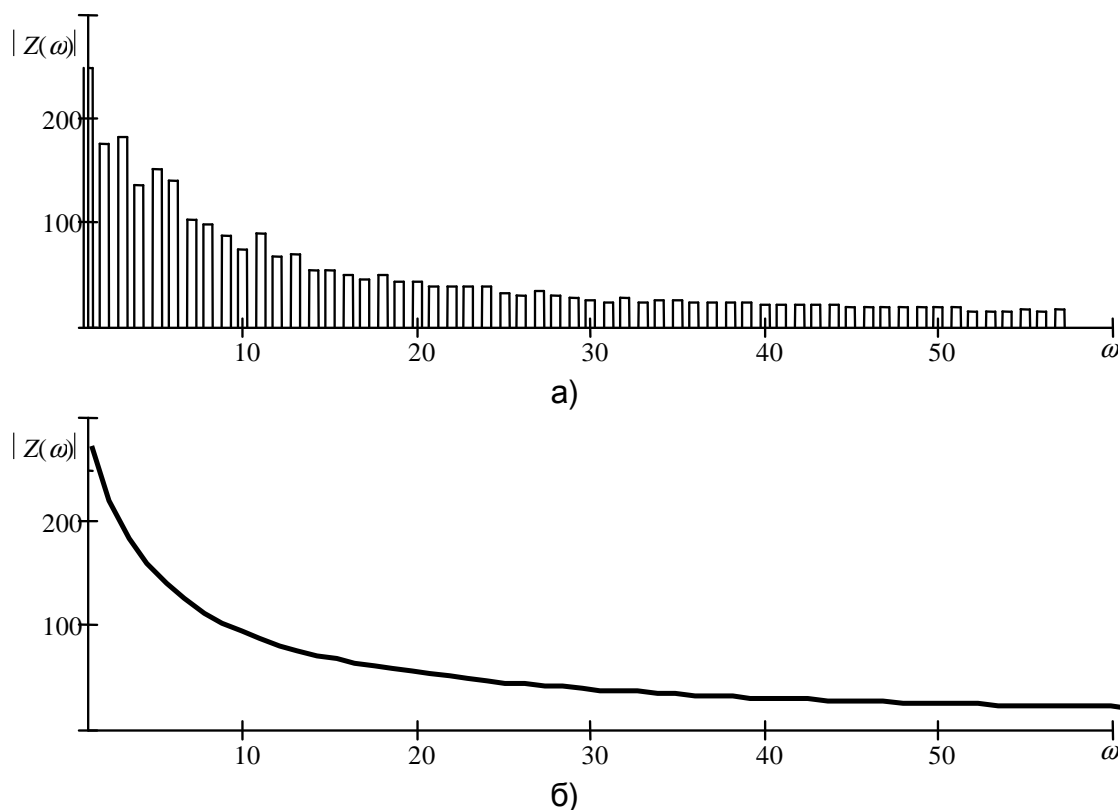


Рис. 1. Спектр реального фона (а) и его аппроксимация (б).

### Синтез образующей полосы

Пусть  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$  – параметрические уравнения образующей полосы. Выполним дифференцирование этих уравнений по длине дуги кривой  $s$ :

$$v = \frac{d(x, y)}{ds} = \left( \frac{dx}{ds}, \frac{dy}{ds} \right).$$

Известно, что вектор  $v$  является единичным касательным вектором к кривой  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$ . В данном случае вектор  $v$  будет функцией от параметра  $t$  ( $v = v(t)$ ).

Зная  $v(t)$ , можно найти кривизну в каждой точке кривой:

$$k = \frac{d\varphi}{ds},$$

где  $\varphi$  – угол наклона вектора  $v$ .

Кривизна тоже будет функцией  $k = k(t)$ . В нашем случае она не берется по модулю, а принимает как положительные, так и отрицательные значения.

Выполним преобразование Фурье кривизны  $k(t)$ . На рис. 2 показан пример спектра кривизны образующей полосы реального образа.

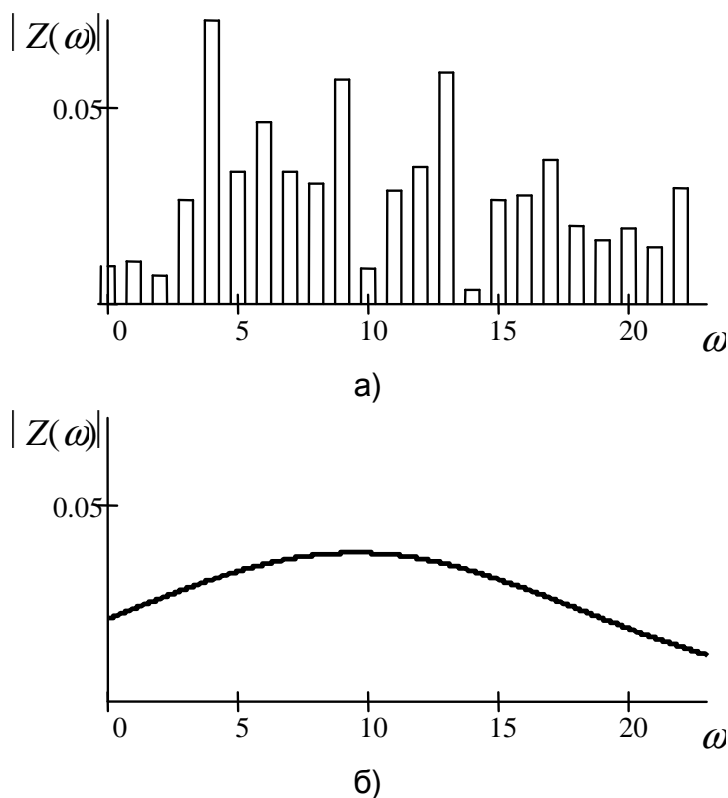


Рис. 2. Спектр кривизны полосы (а) и его аппроксимация (б).

Многочисленные экспериментальные вычисления спектра кривизны полосовых образов, находящихся на рассматриваемых реальных изображениях, показывают, что в большинстве случаев спектр хорошо аппроксимируется гауссианом (рис. 2,б):

$$|z(w)| = \sigma_2 \cdot e^{-\frac{(x-\sigma_0)^2}{2\sigma_1}},$$

где  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  – параметры (смещение и масштаб по оси  $Ox$ , масштаб по оси  $Oy$  соответственно).

Синтезируем таким образом спектр кривизны и наложим на него гауссовский шум:

$$z_1(w) = z(w) + \sigma_3(U + iW),$$

где  $\sigma_3$  – среднеквадратическое отклонение, характеризующее уровень шума.

Осталось выполнить обратное преобразование Фурье и решить дифференциальное уравнение

$$k(t) = \frac{d\varphi}{ds}$$

относительно функций  $x(t)$  и  $y(t)$ .

Для этого найдем угол наклона единичного касательного вектора

$$\varphi(t) = \int_{s_1}^{s_2} k(t) ds,$$

сам единичный вектор

$$v = \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix}$$

и вычислим координаты самой синтезированной кривой:

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \int_{s_1}^{s_2} v(t) ds.$$

Если кривая задана неаналитически, то есть в виде последовательности ее координат  $P = \{p_i\} = \{(x_i, y_i)\}$ , то на основе выше представленного описания синтез кривой сводится к выполнению следующего алгоритма.

1. Синтез случайного спектра:

$$Z_i = \sigma_2 \cdot e^{-\frac{(i-\sigma_0)^2}{2\sigma_1}} + U.$$

2. Обратное преобразование Фурье  $Z$  (получение последовательности кривизны  $K = \{k_i\}$ ).

3. Вычисление последовательности единичных векторов:

$$v_i = \mathbf{Rot}_{\alpha}(k_{i-1} \Delta s) v_{i-1},$$

где  $\mathbf{Rot}_{\alpha} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$  – матрица вращения на угол  $\alpha$ ;  $\Delta s$  –

расстояние между двумя соседними точками синтезируемой кривой;  $v_0$  – единичный касательный вектор в начале дуги кривой.

4. Определение координат синтезируемой кривой:

$$p_i = p_{i-1} + v_{i-1} \Delta s,$$

где  $p_0$  – координаты начала дуги кривой.

### **Формирование полосы по ее образующей**

Пусть  $\sigma = \sigma(t)$  – функция полуширины полосового образа, построенного на основе образующей кривой  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$ .

Обозначим как  $\sigma_{cp}$  среднее значение полуширины полосы. Тогда

$$\sigma = \sigma_{cp} + \Delta \sigma,$$

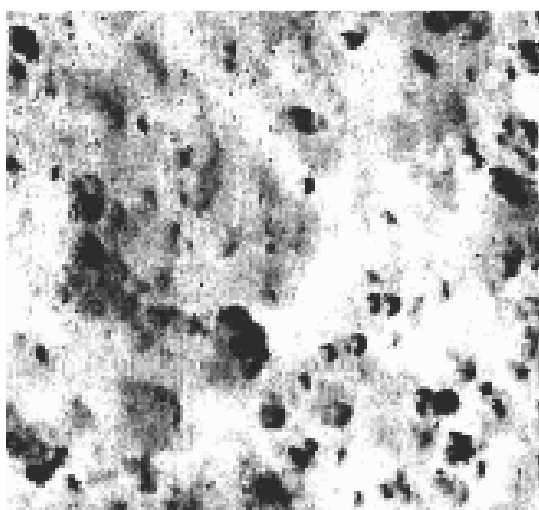
где  $\Delta \sigma = \Delta \sigma(t)$  будет являться случайной функцией.

Эксперименты показали, что спектр функции  $\Delta\sigma(t)$  также хорошо аппроксимируется гиперболой.

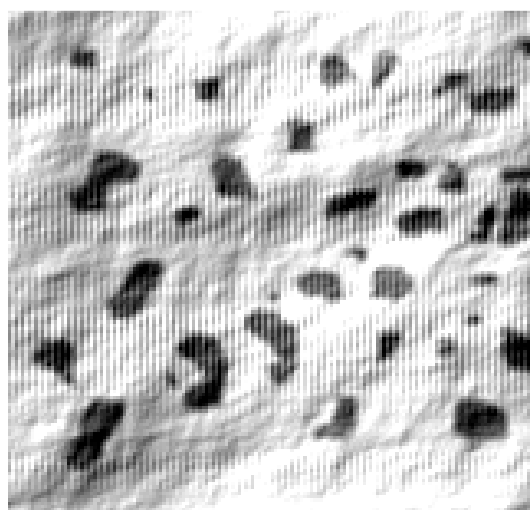
Таким образом, для синтеза изображения полосы необходимо:

1. Синтезировать образующую кривую.
2. Получить  $\Delta\sigma(t)$  с помощью обратного преобразования Фурье.
3. Найти  $\sigma = \sigma_{\text{ср}} + \Delta\sigma$ .
4. Определить характеристическую функцию полосы  $\chi(x, y)$ .
5. Наложить ее на фон  $\gamma(x, y)$ :  $f(x, y) = \gamma(x, y) + \chi(x, y)$ .

На рис. 3. приведены реальный снимок наноструктуры наполненной резины и его синтезированный эквивалент (тестовый снимок) с параметрами:  $\sigma_0 = 15$ ,  $\sigma_1 = 0,2$ ,  $\sigma_2 = 0,23$ ,  $\sigma_3 = 0,1$ ,  $\sigma_{\text{ср}} = 5$ ,  $\Delta\sigma = 1$ ,  $b = -0,01$ ,  $a = 100$ . В качестве линейчатой структуры на тестовом снимке выступают замкнутые контуры площадных образов.



а)



б)

Рис. 3. Снимок наноструктуры наполненной резины (а) и его синтезированный эквивалент (б).

### Заключение

Таким образом, в результате проведенной работы предложена математическая модель представления фрагмента изображения и алгоритм его синтеза, обеспечивающие адекватное представление линейчатых микро- и наноструктур на снимках промышленных материалов и изделий. Разработанный алгоритм синтеза позволит получать тестовые изображения для оценки качества методов [6-12] автоматической обработки такого рода снимков.

## Литература

1. *Морозов И.А.* Анализ микроструктуры наполненной резины при атомно-силовой микроскопии // Механика композиционных материалов и конструкций – 2009. №1. С. 83
2. *Сойфер В.А., Куприянов А.В.* Анализ и распознавание наномасштабных изображений: традиционные подходы и новые постановки задач. // Компьютерная оптика – 2011, т.35. №2. С.136-143
3. *Куприянов А.В.* Анализ текстур и определение типа кристаллической решетки на наномасштабных изображениях // Компьютерная оптика – 2011, т.35. №2. С.151-157
4. *Меньшиков Е.А., Большакова А.В., Виноградова О.И., Яминский И.В.* Методы анализа АСМ-изображений тонких пленок блок-сополимеров // Физико-химия поверхности и защита материалов – 2009, т.45. №1. С.1-4
5. *Чукланов А.П., Бородин П.А., Зиганшина С.А., Бухараев А.А.* Алгоритм для анализа АСМ-изображений поверхностей со сложной морфологией // Учебные записки Казанского государственного Университета – 2008, т.150. С.220 - 227
6. *Орлов А.А., Антонов Л.В.* Метод предварительной обработки изображений микро- и наноструктур // Алгоритмы, методы и системы обработки данных – №3(18), 2011.
7. *Орлов А.А., Сафронов Е.М.* Вычисление градиента яркости на цифровых изображениях // Алгоритмы, методы и системы обработки данных - М: Горячая линия - Телеком, 2005. С.50-55
8. *Орлов А.А., Зацепин Д.Б.* Анализ изображений на основе интегральных преобразований по неаналитическим кривым // Алгоритмы, методы и системы обработки данных - М: Горячая линия - Телеком, 2006. С.9-14.
9. *Орлов А.А., Ерин А.М.* Алгоритм контурного обнаружения объектов на полутоновых изображениях // Алгоритмы, методы и системы обработки данных. - М.: Горячая линия – Телеком, 2002. С.9-14.
10. *Орлов А.А., Канунова Е.Е.* Цифровая обработка текста на изображениях рукописей как линейчатых объектов // Информационные технологии. - 2008, №1. С.57-62
11. *Орлов А.А., Ермаков А.А.* Технология сравнения и идентификации растровых изображений линий // Программные продукты и системы. - 2008, №1. С.68-70.
12. *Садыков С.С., Орлов А.А., Ермаков А.А.* Методика обработки линейчатых образов на дефектоскопических снимках // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. - 2009, №2. С.11-16