

С.В. ЕНДИЯРОВ,  
С.Ю. ПЕТРУШЕНКО

**Обнаружение тенденций изменения  
расходов компонентов шихты**

УДК 004.89, 519.2, 519.85

ФГБОУ ВПО  
«Уральский  
государственный  
горный университет»,  
г. Екатеринбург

*Представлен алгоритм обнаружения изменения тенденций компонентов шихты, позволяющий оперативно оповестить обслуживающий персонал о разладке процесса дозирования. Рассмотрены различные варианты алгоритма, позволяющего учитывать нестационарность сигнала.*

Обнаружение тенденций изменения расходов компонентов шихты может быть полезно с целью диагностики состояния оборудования или оценки оперативных действий персонала по управлению технологическим комплексом.

Для обнаружения тенденций изменения расходов компонентов шихты будем использовать алгоритм кумулятивных сумм, который подробно рассматривается в [1-2].

Алгоритм кумулятивных сумм использует отношение вероятностей для определения изменения в сигнале путем определения изменения накопленного отношения вероятностей.

Рекурсивная формула для расчета накопленной суммы записывается следующим образом:

$$\begin{cases} C_i^+ = \max[0, x_i - (\mu_0 + K) + C_{i-1}^+] \\ C_i^- = \max[0, (\mu_0 - K) - x_i + C_{i-1}^-] \end{cases}, \quad (1)$$

где  $C_0^- = C_0^+ = 0$ .

В выражении (1) параметр  $K$  определяется следующим образом:

$$K = (\delta / 2) \sigma, \quad (2)$$

где  $\delta$  – величина сдвига.

Если величина сдвига задается относительно среднеквадратического отклонения, т. е.  $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$ , то выражение (2) примет вид:

$$K = |\mu_1 - \mu_0| / 2. \quad (3)$$

Если  $C_i^+ > H$  или  $C_i^- > H$ , то можно считать, что произошло изменение в процессе.

Рассмотренный алгоритм позволяет эффективно производить поиск устойчивых изменений в ходе процесса. Однако он предполагает стационарность рассматриваемого сигнала. Как было отмечено во второй главе временные ряды, описывающие процесс агломерации железных руд являются нестационарными.

Поэтому требуется производить перерасчет значения  $\mu_0$  после того, как будет обнаружено изменение [2]:

$$\hat{\mu}_0 = \begin{cases} C_i^+ > H, \mu_0 + K + \left(\frac{C_i^+}{N^+}\right) \\ C_i^- > H, \mu_0 - K - \left(\frac{C_i^-}{N^-}\right) \end{cases}, \quad (4)$$

где  $N^+, N^-$  – количество наблюдений, для которых  $C_i^+ > 0, C_i^- > 0$ .

На рисунке 1 приведены результаты работы классического (справа) и модифицированного (слева) алгоритмов. Для обнаружения изменений были использованы следующие значения параметров:  $\delta = \sigma$  и  $H = 5\sigma$ .

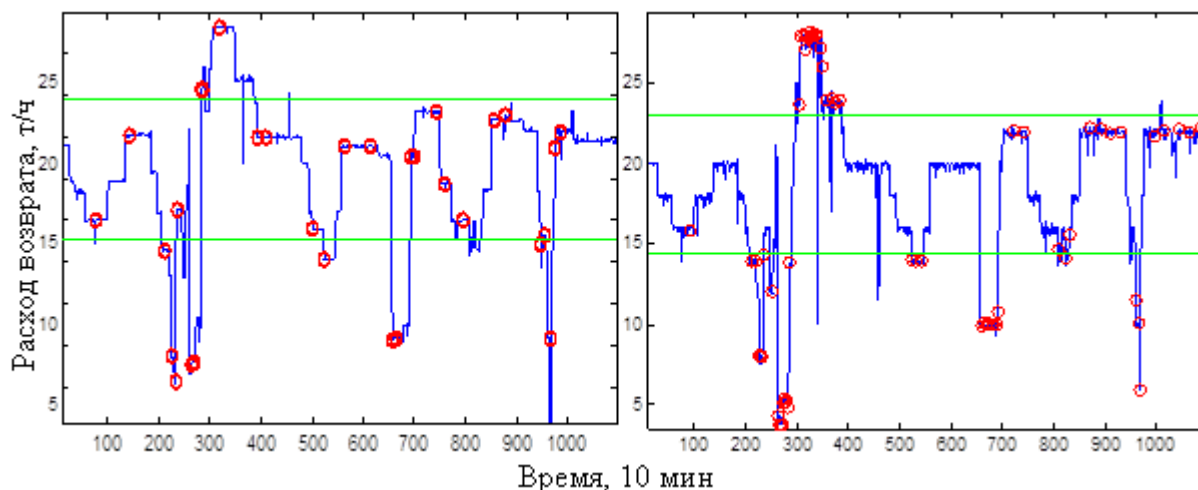


Рис. 1 – Результаты работы алгоритма на ряде расходов возврата (слева – модифицированный алгоритм; справа – алгоритм не позволяющий учитывать нестационарность сигнала)

Для выбора подходящих параметров  $K$  и  $H$  воспользуемся методикой предложенной в [2]. Для этого рассмотрим среднее время между ложными тревогами ( $ARL$ ). Кроме того, представим  $K = k\sigma$  и  $H = h\sigma$ . Выражение для  $ARL$  в общем случае имеет вид:

$$ARL = 1/p, \quad (5)$$

где  $p$  – вероятность ложной тревоги.

Например, для границ  $3\sigma$  вероятность ложной тревоги составит 0.0027. Данной вероятности соответствует  $ARL = 370$ . Исследователем Siegmund [3] было предложено следующее выражение, аппроксимирующее  $ARL$  для алгоритма кумулятивных сумм:

$$ARL = \left( \frac{\exp(-2\Delta b) + 2\Delta b - 1}{2\Delta^2} \right). \quad (6)$$

Если  $\Delta \neq 0$ , то для верхней границы  $C_i^+$  имеем:  $\Delta = \delta^* - k$ , а для нижней границы  $C_i^-$ :  $\Delta = -\delta^* - k$ . Параметры  $b$  и  $\delta^*$  имеют вид:  $b = h + 1.166$  и  $\delta^* = (\mu_1 - \mu_0) / \sigma$ . Если  $\Delta = 0$ , то  $ARL = b^2$ .

Параметр  $\delta^*$  отражает сдвиг среднего значения, поэтому, когда  $\delta^* = 0$  рассчитывается  $ARL_0$ . А когда  $\delta^* \neq 0$ , то рассчитывается  $ARL_1$  (среднее число измерений необходимых для обнаружения сдвига).

Для случая двухстороннего алгоритма кумулятивных сумм:

$$\frac{1}{ARL} = \frac{1}{ARL^+} + \frac{1}{ARL^-}. \quad (7)$$

Для нашего случая при  $h = 5$  и  $k = 1/2$  были получены следующие значения:

$$\begin{aligned} ARL_0 &= 469.1 \\ ARL_1 &= 10.33 \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, для обнаружения сдвига  $\delta = \sigma$ , что в среднем достаточно одиннадцати измерений. Для обнаружения сдвига в  $2\sigma$  потребуется всего 3.88 измерений. При этом  $ARL_0$  больше, чем  $ARL_1$  для стандартных трехсигмовых границ.

Рассмотрение различных алгоритмов обнаружения изменений позволяет сделать вывод о том, что наиболее робастным по отно-

шению к распределению сигнала является алгоритм экспоненциально-взвешенного скользящего среднего (EWMA) [2].

$$\Psi_i = \xi x_i + (1 - \xi) \Psi_{i-1}, \quad (9)$$

где  $\xi$  – весовой коэффициент,  $0 < \xi \leq 1$ .

Если значения  $x_i$  независимы и имеют дисперсию  $\sigma^2$ , то дисперсия  $\Psi_i$ :

$$\sigma_{\Psi_i}^2 = \sigma^2 \left( \frac{\xi}{2 - \xi} \right) [1 - (1 - \xi)^{2i}]. \quad (10)$$

На основе данного выражения можно записать границы для  $\Psi_i$  следующим образом:

$$B_i^{U/L} = \mu_0 \pm L \sigma^2 \sqrt{\left( \frac{\xi}{2 - \xi} \right) [1 - (1 - \xi)^{2i}]}, \quad (11)$$

где  $L$  – ширина контрольных границ.

Для использования EWMA достаточно задаться параметрами  $L, \xi$  и величиной сдвига. Для того чтобы сделать возможным использование данного алгоритма для работы с нестационарными сигналами, будем использовать методику, рассмотренную ранее (см. формула (4)).

В книге [2,4] приведены оптимальные значения для параметров  $L, \xi$ . Так для достижения  $ARL_0 = 500$ , а  $ARL_1 = 10.3$  необходимо задать  $L = 2.7, \xi = 0.1$ . Что приблизительно соответствует значениям  $k$  и  $h$ , которые были рассмотрены нами для алгоритма кумулятивных сумм. Для улучшения робастности алгоритма к шумам в работах [5,6] предлагается использовать сглаживание исходного сигнала.

Исследование предложенного алгоритма к тестовому сигналу, в который были внесены 8 изменений среднего значения (см. рисунок 2), представлены на рисунке 3.

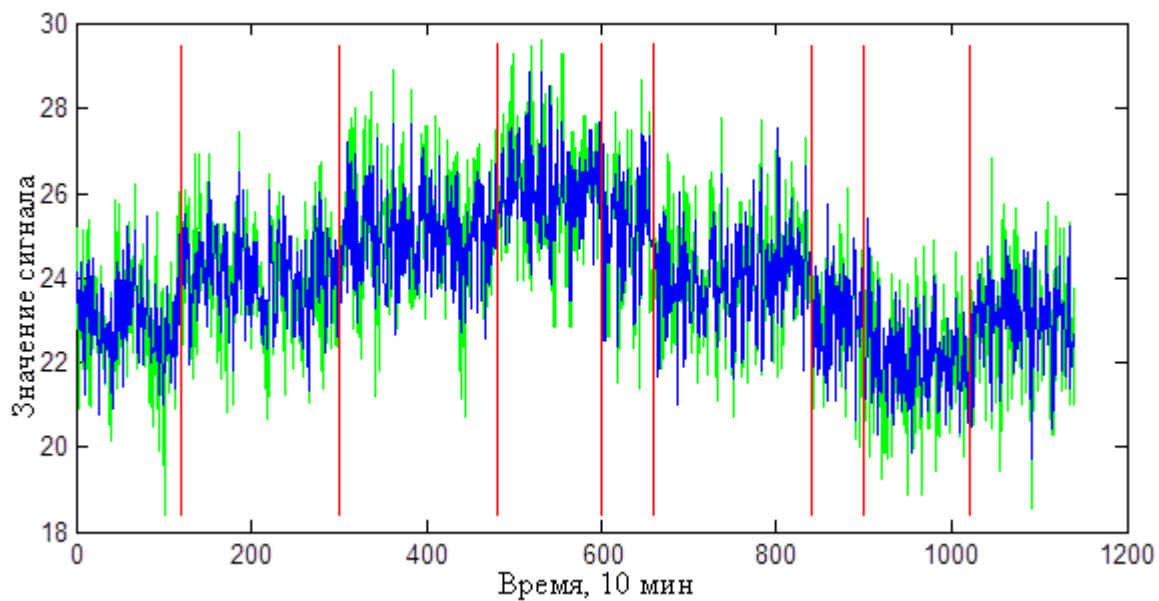


Рис. 2 – Сгенерированный сигнал с 8 внесенными изменениями

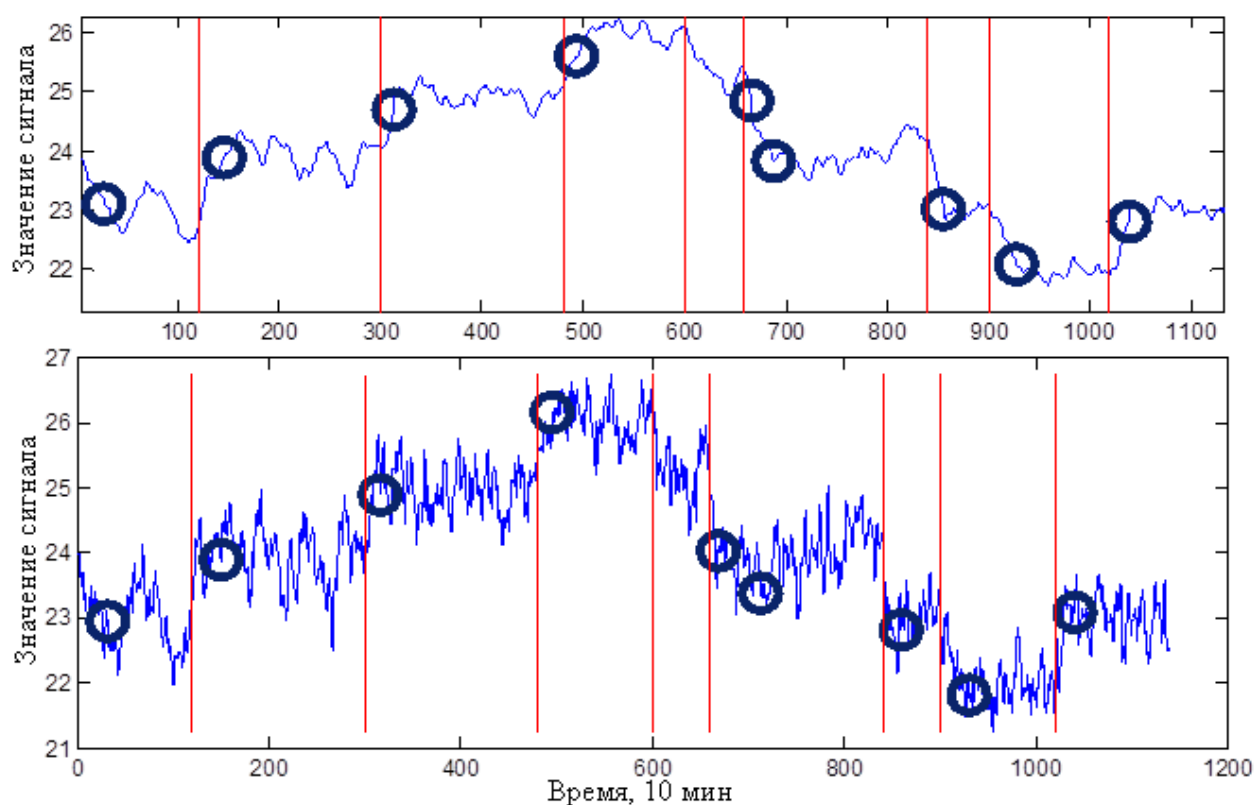


Рис. 3 – Результаты работы алгоритмов для тестовых рядов (сверху – алгоритм EWMA, снизу – алгоритм CUSUM)

Несмотря на визуальное сходство результатов, представленных на рисунке 3, алгоритм EWMA позволяет быстрее определять изменения в сигнале в среднем на 5.55 значений с СКО 7.35.

## Литература

1. *Bassville M., Nikiforov I. V.* Detection of abrupt changes. Theory and application., Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1993, pp. 469.
2. *Montgomery D. C.* Introduction to Statistical Quality Control, Sixth Edition, John Wiley & Sons, Inc., USA, Jefferson City, 2009, pp. 754.
3. *Siegmund D.* Sequential Analysis: Tests and Confidence Intervals, Springer-Verlag, New York, 1985, pp. 292.
4. *Montgomery D. C.* Applied statistics and probability for engineers, Third Edition, John Wiley & Sons, Inc., USA, Jefferson City, 2003, pp. 822.
5. *Gao R X.* Wavelets: Theory and Applications for Manufacturing, Springer Science+Business Media, USA, New York, 2011, pp. 231.
6. *Van Fleet P. J.* Discrete wavelet transformations: an elementary approach with applications John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2008, pp. 571.

E-MAIL: ENDEYAROV@OLYMPUS.RU

E-MAIL: VETRODUB@GMAIL.COM