А.А. ФОМИН,
Е.В. ПУГИН, Д.Ю. ПАЖИН

Муромский институт
(филиал) ФГБОУ ВПО
"Владимирский
государственный
университет имени
А.Г. и Н.Г. Столетовых",
г. Муром.

Алгоритм многомасштабного сглаживания кривых

УДК 004.932

Пусть имеется изображение $f[n,m]$, описываемое множеством контуров или скелетов, представленных множеством кривых Γ_i, т.е. $f[n,m] \equiv \{\Gamma_i\}$, $i \in \mathbf{Z}$.

Каждая кривая может быть описана множеством точек, вида

$$\Gamma_i = \{[n,m]_k\},\ k \in \mathbf{Z}, \tag{1}$$

где $[n,m]$ – координаты элемента кривой, k – номер элемента при последовательном обходе.

Любая кривая Γ может быть подвержена воздействию шумов, проявляющихся в виде различных флуктуаций, единичных выбросов и т.д. Очевидно, что наличие шума нежелательно для любой процедуры обработки, поэтому предлагается подход к многомасштабной фильтрации или сглаживанию кривых [1-3].

Для фильтрации объекта Γ, заданного по (1), необходимо представить его в виде, позволяющем выполнять подобные процедуры. Кривая Γ может быть описана множеством векторов координат ее элементов. Поскольку, рассматриваемые в данном случае, кривые Γ описывают форму особенностей β двумерных сигналов (изображений), то для их описания достаточно тройки векторов (одномерных дискретных сигналов),

$$\Gamma = \left(\gamma^n[k], \gamma^m[k], \gamma^z[k]\right), \tag{2}$$

соответствующих, например, координатам n и m изображения $f[n,m]$ и значению яркости элемента кривой в точке $[n,m]$. В частном случае, возможно использование только пары векторов $\gamma^n[k]$, $\gamma^m[k]$.

Фильтрация кривых может быть выполнена на основе использования вейвлет-преобразований, благодаря представлению кривых в виде (2).

Наиболее простым и очевидным подходом к фильтрации кривых Γ, заданных в виде (2), на основе вейвлет-преобразований является разложение каждого из векторов $\gamma[k]$ по базису вейвлетов и восстановление сигнала без учета высокочастотной составляющей, очевидно, содержащей информацию о шумах.

При этом возникает проблема, связанная с использованием масштабирующего коэффициента кратного степени двойки, что влечет значительное увеличение степени сглаженности кривой на двух соседних уровнях разложения.

Для устранения этой проблемы предлагается использование алгоритма многомасштабной аппроксимации изображений с произвольным коэффициентом сжатия [4]. При этом приведенный алгоритм необходимо адаптировать на случай одномерных сигналов.

При аппроксимации одномерных сигналов, в данном случае $\gamma[k]$, необходимо задавать только один коэффициент сжатия δ, на основе которого может быть рассчитана ширина полосы пропускания $\lambda = 1/\delta$ фильтра, реализуемого оператором $C(\gamma[k],\delta)$.

Оператор $C(\gamma[k],\delta)$ реализуется следующим образом. Сначала вычисляется одномерное пакетное вейвлет-преобразование сигнала $\gamma[k]$ до уровня разложения j, в результате чего получаем множество коэффициентов вейвлет-пакета $\Psi = \{w_j^p[k]\}$. Исключая из рассмотрения вейвлет-коэффициенты, энергия которых выходит за заданную полосу пропускания λ, формируется множество Ψ_ϕ коэффициентов вейвлет-пакета вида $\forall j, p : \Psi_\phi = \begin{cases} w_j^p, (p+1)2^{-j} \le \lambda \\ 0, (p+1)2^{-j} > \lambda \end{cases}$.

Далее сигнал $\tilde{\gamma}_\delta[k]$, сжатый на величину δ, формируется по множеству Ψ_ϕ путем вычисления обратного пакетного вейвлет-преобразования.

Детализирующие коэффициенты $\tilde{d}_\delta[k]$ многомасштабного представления также вычисляются на основе обратного пакетного вейвлет-преобразования коэффициентов разложения Ψ_D, вычисляемых как $\forall j, p : \Psi_D = \begin{cases} w_j^p, (p+1)2^{-j} > \lambda \\ 0, (p+1)2^{-j} \le \lambda \end{cases}$. Тогда

$$C(\gamma[k], \delta) = \{\widetilde{\gamma}_\delta[k], \widetilde{d}_\delta[k]\}. \quad (3)$$

Введем оператор $E(\Gamma, \delta)$, осуществляющий сглаживание (фильтрацию) кривой Γ. Тогда, учитывая (2) и (3), оператор $E(\Gamma, \delta)$ реализуется следующей последовательностью шагов.

1. $\Gamma = (\gamma^n[k], \gamma^m[k], \gamma^z[k])$.
2. $\{\widetilde{\gamma}_\delta^n[k], \widetilde{d}_\delta^n[k]\} = C(\gamma^n[k], \delta)$, $\{\widetilde{\gamma}_\delta^m[k], \widetilde{d}_\delta^m[k]\} = C(\gamma^m[k], \delta)$,
$$\{\widetilde{\gamma}_\delta^z[k], \widetilde{d}_\delta^z[k]\} = C(\gamma^z[k], \delta). \quad (4)$$
3. $\widetilde{\Gamma} = (\widetilde{\gamma}_\delta^n[k], \widetilde{\gamma}_\delta^m[k], \widetilde{\gamma}_\delta^z[k])$. (5)

Используя операторную форму записи, окончательно получим

$$\widetilde{\Gamma} = E(\Gamma, \delta). \quad (6)$$

Следует отметить, что степень (или коэффициент) сглаженности кривой, в данном случае, примем равной коэффициенту сжатия δ.

Очевидно, что возможно задание трех коэффициентов сжатия δ^X в выражениях (4) для каждого из векторов $\gamma^X[k]$. Тогда выражения (5), (6) примут вид

$$\widetilde{\Gamma} = (\widetilde{\gamma}_{\delta^n}^n[k], \widetilde{\gamma}_{\delta^m}^m[k], \widetilde{\gamma}_{\delta^z}^z[k]), \quad (7)$$

$$\widetilde{\Gamma} = E(\Gamma, \delta^n, \delta^m, \delta^z), \quad (8)$$

а степень сглаженности линейчатого объекта примем равной среднему арифметическому величин δ^X.

Следует учитывать, что для практических задач сглаживания требуется наличие некоторого формального критерия оценки степени сглаженности, при которой сохраняются значимые детали кривых Γ и отсутствует большая часть шумов.

Для определения этого возможно применение критериев оценки детализирующих коэффициентов $\widetilde{d}_\delta[k]$ многомасштабного представления (3) векторов $\gamma[k]$, описывающих анализируемый объект Γ.

Поскольку $\widetilde{d}_\delta[k]$ – высокочастотная составляющая многомасштабного представления, то она помимо прочей информации, содержит и информацию о шумах сигнала $\gamma[k]$. Оценка шумовой составляющей может быть выполнена путем расчета информационных характеристик коэффициентов $\tilde{d}_\delta[k]$, таких как, единичная норма, энтропия Шеннона, логарифмическая энергия и др.

Определяя, например, энтропию коэффициентов $\tilde{d}_\delta[k]$, как функцию вида

$$H(\delta) = -\sum_k \tilde{d}_\delta[k]^2 \, \mathbf{log}\left|\tilde{d}_\delta[k]\right|, \tag{9}$$

по ее минимуму можно установить, при каком значении коэффициента сглаженности δ, детализирующие коэффициенты $\tilde{d}_\delta[k]$ соответствуют максимальному уровню шума, а сглаженный сигнал $\tilde{\gamma}[k]$ содержит минимум элементов шумовой составляющей.

Т.к. кривая представляется тройкой векторов вида (2), то, следует учитывать, что уровень шума в каждом из сигналов $\gamma[k]$ может быть различным, поэтому формирование сглаженного линейчатого объекта $\tilde{\Gamma}$ должно выполняться по векторам $\tilde{\gamma}[k]$ с разной степенью сглаженности.

В этой связи предлагается алгоритм многомасштабного сглаживания кривых с выбором коэффициента сглаженности на основе расчета информационных характеристик детализирующих коэффициентов для каждой составляющей $\gamma[k]$ кривой Γ.

Пусть имеется некоторое множество кривых $\Gamma_i = \left(\gamma_i^n[k], \gamma_i^m[k], \gamma_i^z[k]\right)$, $i \in \mathbf{Z}$, и множество коэффициентов сжатия $\Delta = \{\delta_l\}$, $l = \overline{1, L}$, $l \in \mathbf{Z}$. Применяя оператор $C\left(\gamma_i^X[k], \delta_l\right)$ к каждому вектору $\gamma_i^X[k]$ при всех значениях δ_l, получим по l многомасштабных аппроксимаций $\tilde{\gamma}_{i,l}^X[k]$ и детализирующих коэффициентов $\tilde{d}_{i,l}^X[k]$ для каждого $\gamma_i^X[k]$.

Далее, для каждого $\tilde{d}_{i,l}^X[k]$ при всех δ_l с использованием (9) рассчитываются значения энтропии вида $H_i^X[l] = -\sum_k \tilde{d}_{i,l}^X[k]^2 \log\left|\tilde{d}_{i,l}^X[k]\right|$.

По полученным функциям $H_i^X[l]$, определяются оптимальные коэффициенты сжатия $\delta_{i,X}^{opt}$ для каждого из сигналов $\gamma_i^X[k]$ по формуле $\delta_{i,opt}^{X}=\delta_l:H_i^X[l]=\max\limits_{l}\left(H_i^X[l]\right)$. Подставляя в выражения (9) значения $\delta_{i,X}^{opt}$, получим $\widetilde{\Gamma}_i=\left(\widetilde{\gamma}_{i,opt}^{n}[k],\widetilde{\gamma}_{i,opt}^{m}[k],\widetilde{\gamma}_{i,opt}^{z}[k]\right)$, тогда, оператор (8) примет вид $\widetilde{\Gamma}_i=E\left(\Gamma_i,\delta_{i,opt}^{n},\delta_{i,opt}^{m},\delta_{i,opt}^{z}\right)$.

Предложенный алгоритм многомасштабной фильтрации кривых может использоваться при решении множества задач, например, задач фильтрации и анализа признаков описания формы изображений [5-7], таких как контуры и скелеты.

Литература

1. Добеши, И. Десять лекций по вейвлетам / И. Добеши. – Москва-Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, 2004. – 464 с.

2. Жизняков А.Л., Фомин А.А. Многомасштабный подход к фильтрации контуров полутоновых изображений // Вестник компьютерных и информационных технологий. — 2007. — № 9. — С. 19—24.

3. Жизняков А.Л., Фомин А.А. Многомасштабная фильтрация особенностей полутоновых изображений // Методы и устройства передачи и обработки информации. — 2007. — № 9. — С. 176—180.

4. Жизняков А.Л., Теоретические основы обработки многомасштабных последовательностей цифровых изображений: монография / А.Л. Жизняков, С.С. Садыков; Владим. гос. ун-т. – Владимир: Изд-во Владим. гос. ун-та. – 2008. – 121 с.

5. Чуи, Ч. Введение в вейвлеты / Ч. Чуи; пер. Я. М. Жилейкина. – М.: Мир, 2001. – 412 с.

6. Жизняков А.Л., Привезенцев Д.Г. Анализ возможностей применения фрактальных методов в промышленных системах обработки изображений // Труды международного симпозиума Надежность и качество. – 2012. – Т. 2. – С. 385-386

7. Жизняков А.Л., Привезенцев Д.Г., Фомин А.А. Классификация изображений на основе локальных признаков самоподобия // Ползуновский вестник. – 2011. - № 3, Ч. 1. – С. 12-14.

8. Андрианов Д.Е., Булаев А.В. Автоматизированная обработка пространственной информации в геоинформационных системах//Автоматизация и современные технологии. 2007. № 8. С. 3-6.

9. Еремеев С. В., Андрианов Д. Е., Комков В. А. Алгоритмы формирования графовой модели городской территории в ГИС//Геоинформатика. 2013. № 4. С. 19-24.