

С.С. САДЫКОВ

**Алгоритм построения выпуклой
оболочки бинарного изображения и
формирование его безразмерных
признаков**

Муромский институт
(филиал) ФГБОУ ВПО
«Владимирский
государственный
университет имени
А.Г. и Н.Г. Столетовых»,
г. Муром

Предложен достаточно простой алгоритм построения выпуклой оболочки бинарного изображения, основанный на использовании процедур дилатации и эрозии, при этом проводить аналитические расчеты не требуется.

Для распознавания наряду с характеристиками исходного бинарного изображения объекта используются и признаки его выпуклой оболочки [1-3]. Выпуклую оболочку объекта можно строить различными аналитическими способами, которые в основном являются сложными [4-12]. Ниже предлагается построение выпуклой оболочки в дискретной области путем использования логических фильтров и вычисления различных ее безразмерных признаков для распознавания тестовых и реальных объектов.

I. Пусть дано бинарное изображение некоторого объекта на матрице размером 15x15 (рис. 1).

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Рис.1. Бинарное изображение некоторого объекта

- а) определяется площадь объекта S_0 ;
 б) выделяется одноточечный контур (рис. 2) объекта по алгоритму в [1,2];

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Рис. 2. Дискретный одноточечный замкнутый контур изображения объекта

в) определяется количество точек, образующих контур объекта P_0 ;

г) путем обхода с учетом направлений расположений точек маски 3x3(рис.3), определяется метрическая длина контура объекта L_0 по формуле

$$L_0 = 1 \times k^4 + \sqrt{2} \times k^d, \quad (1)$$

где k^4 – количество 4-связных точек контура; k^d – количество D-связных точек контура [1-3] (рис.4).

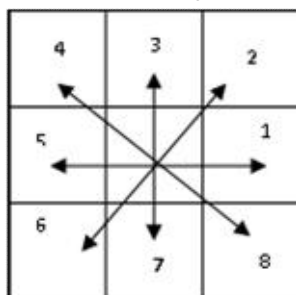


Рис. 3. Схема направлений расположения точек сканирующей маски 3x3 от ее центральной точки

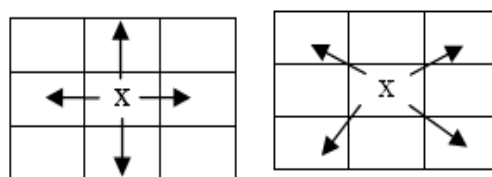


Рис. 4. Схема расположения 4-х и D-связных точек

д) определяется длина объекта R_0 по алгоритму в [2].

II. Строится выпуклая оболочка объекта.

Бинарное изображение объекта сканируется маской размером 3x3 путем обхода по граничным точкам и на каждом шаге значения точек текущей маски сравниваются с набором эталонных масок, позволяющих обнаруживать точки изображения, лежащие в вогнутой области. При нахождении такой точки ее значение меняется с 0 на 1, т.е. происходит наращивание(дилатация) вогнутой части изображения.

Примем следующие обозначения [13] точек сканирующей маски g_0 (рис.5).

| | | |
|-------|-------|-------|
| f_4 | f_3 | f_2 |
| f_5 | f_0 | f_1 |
| f_6 | f_7 | f_8 |

g_0

Рис. 5.Обозначения элементов маски g_0 размером 3x3

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

 g_1

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

 g_2

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |

 g_3

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

 g_4

Рис. 6. Первая группа масок для дилатации

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

 g_5

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 |

 g_6

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |

 g_7

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |

 g_8

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |

 g_9

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

 g_{10}

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

 g_{11}

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

 g_{12}

Рис. 7. Вторая группа масок для дилатации

Значение любого элемента f_i маски g_0 (рис.5) формально определяется так:

$$f_i = \begin{cases} 1, & i = 1, 2, \dots, 8, \\ 0, & \end{cases} \quad (2)$$

т.е. $f_i(1) = f_i = 1$; $f_i(0) = \bar{f}_i = 0$.

Представим маски g_1, \dots, g_{12} (рис.6,7) в виде логических булевых функций:

$$g_i = \begin{cases} 1, & i = 1, 2, \dots, 12 \\ 0, & \end{cases} \quad (3)$$

Тогда

$$g_1 = \begin{cases} 1, & \text{при } f_0 f_1 f_2 \bar{f}_3 f_4 f_5 f_6 f_7 f_8 = 1 \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases} \quad (4)$$

где $g_1 = 1$ означает, что значения точек текущей маски полностью совпадают с значениями точек маски g_1 и в этом случае нулевое значение точки f_3 заменяется на 1, т.е. $f_3 = 1$.

$$g_2 = \begin{cases} 1, & \text{при } f_0 \bar{f}_1 f_2 f_3 f_4 f_5 f_6 f_7 f_8 = 1 \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases} \quad \text{если } g_2 = 1, \text{ то } f_1 = 1 \quad (5)$$

$$g_3 = \begin{cases} 1, \text{ при } f_0 f_1 f_2 f_3 f_4 f_5 \overline{f_6 f_7 f_8} = 1 \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases} \quad \text{если } g_3=1, \text{ то } f_7=1 \quad (6)$$

$$g_4 = \begin{cases} 1, \text{ при } f_0 f_1 f_2 f_3 f_4 \overline{f_5 f_6 f_7 f_8} = 1 \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases} \quad \text{если } g_4=1, \text{ то } f_1=1 \quad (7)$$

$$g_5 = \begin{cases} 1, \text{ при } f_0 \overline{f_1 f_2 f_3 f_4 f_5 f_6 f_7 f_8} = 1 \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases} \quad \text{если } g_2=1, \text{ то } f_1=1 \quad (8)$$

$$g_6 = \begin{cases} 1, \text{ при } f_0 \overline{f_1 f_2 f_3 f_4 f_5 f_6 f_7} \overline{f_8} = 1 \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases} \quad \text{если } g_6=1, \text{ то } f_1=1 \quad (9)$$

$$g_7 = \begin{cases} 1, \text{ при } f_0 f_1 f_2 f_3 f_4 f_5 \overline{f_6 f_7 f_8} = 1 \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases} \quad \text{если } g_7=1, \text{ то } f_7=1 \quad (10)$$

$$g_8 = \begin{cases} 1, \text{ при } f_0 f_1 f_2 f_3 f_4 f_5 \overline{f_6 f_7 f_8} = 1 \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases} \quad \text{если } g_8=1, \text{ то } f_7=1 \quad (11)$$

$$g_9 = \begin{cases} 1, \text{ при } f_0 f_1 f_2 f_3 f_4 \overline{f_5 f_6 f_7 f_8} = 1 \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases} \quad \text{если } g_9=1, \text{ то } f_5=1 \quad (12)$$

$$g_{10} = \begin{cases} 1, \text{ при } f_0 f_1 f_2 f_3 \overline{f_4 f_5 f_6 f_7 f_8} = 1 \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases} \quad \text{если } g_{10}=1, \text{ то } f_5=1 \quad (13)$$

$$g_{11} = \begin{cases} 1, \text{ при } f_0 f_1 f_2 \overline{f_3 f_4 f_5 f_6 f_7 f_8} = 1 \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases} \quad \text{если } g_{11}=1, \text{ то } f_3=1 \quad (14)$$

$$g_{12} = \begin{cases} 1, \text{ при } f_0 f_1 \overline{f_2 f_3 f_4 f_5 f_6 f_7 f_8} = 1 \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases} \quad \text{если } g_{12}=1, \text{ то } f_3=1 \quad (15)$$

Пусть F_1 – функция обнаружения точки f_1 ; F_2 – функция обнаружения точки f_3 ; F_3 – функция обнаружения точки f_5 , F_4 -- функция обнаружения f_7 .

Тогда

$$F_1 = \begin{cases} 1, \text{ при } g_2 \vee g_5 \vee g_6 = 1 \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases}, \text{ если } F_1=1, \text{ то } f_1=1 \quad (16)$$

$$F_2 = \begin{cases} 1, \text{ при } g_1 \vee g_{11} \vee g_{12} = 1 \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases}, \text{ если } F_2=1, \text{ то } f_3=1 \quad (17)$$

$$F_3 = \begin{cases} 1, \text{ при } g_4 \vee g_9 \vee g_{10} = 1 \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases}, \text{ если } F_3=1, \text{ то } f_5=1 \quad (18)$$

$$F_4 = \begin{cases} 1, \text{ при } g_3 \vee g_7 \vee g_8 = 1 \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases}, \text{ если } F_4=1, \text{ то } f_7=1 \quad (19)$$

где \vee – знак дизъюнкции.

Значения точек окрестности 3×3 каждой точки контура сравниваются со значениями точек всех 12 логических масок и определяются значения функций F_1, F_2, F_3, F_4 . В зависимости от того какая из функций F_1, F_2, F_3, F_4 равна единице и значение соответствующей нулевой точки f_1, f_3, f_5, f_7 меняется на 1, затем анализируется окрестности следующей по ходу обхода наружной граничной точки объекта и т.д. Данный процесс повторяется итеративно до тех пор пока все F_1, F_2, F_3, F_4 не будут равны нулю.

Таким образом, добавление точки F (дилатация) с значением 1 к бинарному изображению производится при

$$F = F_1 \vee F_2 \vee F_3 \vee F_4 = 1 \quad (20)$$

Результат работы алгоритма на изображении на рис.1 показан на рис.5, символами 2 обозначены точки появившиеся в процессе (дилатации) построения выпуклой оболочки объекта.

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 0 | 0 |
| 0 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 0 |
| 0 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 0 |
| 0 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 0 |
| 0 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 0 |
| 0 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Рис.8. Выпуклая оболочка объекта на рис.1, здесь точкам, появившиеся в процессе дилатации присвоены значения 2.

III. Осуществляется вычисление характеристик объекта.

а) определяется площадь выпуклой оболочки $S_{\text{вып}}$;

б) выделяется контур выпуклой оболочки , используя следующее условие: если в маске 3x3 хоть одна точка имеет нулевое значение, то центральная точка g_0 является контурной;

в) проводится стирание(эрозия) 8-связных точек контура.

Для этого используются нижеприведенные маски стирания Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 (т.е. в процессе сканирования контура маской 3x3 убираются его 8-ми связные точки , после чего одноточечный контур будет состоять из 4-х и D-связных точек)(рис.9).

| | | |
|----------|----------|---|
| 0 | 1 | x |
| 1 | 1 | x |
| x | x | x |

Q_1

| | | |
|---|----------|---|
| x | 1 | 0 |
| x | 1 | 1 |
| x | x | x |

Q_2

| | | |
|----------|----------|----------|
| x | x | x |
| x | 1 | 1 |
| x | 1 | 0 |

Q_3

| | | |
|----------|----------|----------|
| x | x | x |
| 1 | 1 | x |
| 0 | 1 | x |

Q_4

Рис.9. Маски для стирания угловых(8-связных) точек контура

$$\text{если } Q_1 = f_3 f_4 f_5 = 1, \text{ то } f_0 = 0; \quad (21)$$

$$\text{если } Q_2 = f_1 f_2 f_3 = 1, \text{ то } f_0 = 0; \quad (22)$$

$$\text{если } Q_3 = f_1 f_7 f_8 = 1, \text{ то } f_0 = 0; \quad (23)$$

$$\text{если } Q_4 = f_5 f_6 f_7 = 1, \text{ то } f_0 = 0. \quad (24)$$

Итак центральные точки масок Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 обнуляются, т.е.

$$\text{если } Q=Q_1 \vee Q_2 \vee Q_3 \vee Q_4=1, \text{ то } f_0=0, \quad (25)$$

г) определяется количество точек образующих контур выпуклой оболочки $P_{\text{вып}}$;

д) вычисляются координаты центра тяжести контура выпуклой оболочки $X_{\text{ц}}$ и $Y_{\text{ц}}$ [1];

е) определяется метрическая длина выпуклой оболочки $L_{\text{вып}}$ как нахождение такого же параметра контура по пункту 1,в) и формуле (1) ;

ж) определяется длина объекта $R_{\text{вып}}$ по алгоритму в [2];

з) определяется разность площадей объекта S_0 и выпуклой оболочки $S_{\text{вып}}$

$$S_{\text{разн.}} = S_{\text{вып}} - S_0 . \quad (26)$$

IV. Проводится расчет безразмерных признаков (коэффициентов) [14]

$$\{P_0, P_{\text{вып}}, S_0, S_{\text{разн.}}, S_{\text{вып}}, L_0, L_{\text{вып}}, R_0, R_{\text{вып}}\} \quad (27)$$

$$K_1 = P_0 / P_{\text{вып}}, \quad (28)$$

$$K_2 = S_0 / S_{\text{вып}}, \quad (29)$$

$$K_3 = L_0 / L_{\text{вып}}, \quad (30)$$

$$K_4 = P_{\text{вып}} / S_0 \quad (31)$$

$$K_5 = P_0 / S_{\text{вып}} \quad (32)$$

$$K_6 = P_0 / S_0, \quad (33)$$

$$K_7 = P_{\text{вып}} / S_{\text{вып}}, \quad (34)$$

$$K_7 = S_{\text{разн.}} / S_0 \quad (35)$$

$$K_8 = S_{\text{разн.}} / S_{\text{вып}} \quad (36)$$

$$K_9 = P_{\text{вып}} / S_{\text{разн.}} \quad (37)$$

$$K_{10} = P_0 / S_{\text{разн.}} \quad (38)$$

$$K_{11} = R_0 / R_{\text{вып}} \quad (39)$$

$$K_{12} = R_0 / L_0 \quad (40)$$

$$K_{13} = R_{\text{вып}} / L_{\text{вып}} \quad (41)$$

и т.д.

V. Формируется вектор признаков

$$\{K_1, \dots, K_{13}, \dots\} \quad (42)$$

Заключение

Рассмотренный алгоритм построения выпуклой оболочки бинарных изображений объектов отличается простотой реализации,

не требует сложных вычислений. Предложенный здесь способ выделения контура выпуклой оболочки также очень прост и использует лишь одно условие определения контурной точки.

Литература

1. Садыков, С.С. Методы и алгоритмы выделения признаков в системах технического зрения/С.С. Садыков, Н.Н. Стулов. – М.: Горячая линия- Телеком, 2005. – 204с.
2. Садыков, С.С. Распознавание отдельных и наложенных плоских объектов// С.С. Садыков, С.В. Савичева. –Владимир: Изд-во ВлГУ, 2012. – 264с.
3. Садыков, С.С. Алгоритм определения длины и ширины дискретных площадных объектов/ С.С. Садыков, Д.Н. Стародубов// Автоматизация и современные технологии. – 2007. - №10 . - С.10-15.
4. Садыков, С.С. Алгоритм идентификации плоских объектов с использованием минимального числа признаков/ С.С. Садыков, С.В. Савичева//Автоматизация и современные технологии. – 2011. - №7. - С.3-6.
5. Садыков, С.С. Идентификация реальных плоских объектов на основе единственного признак точек их внешних контуров/ С.С. Садыков, С.В. Савичева// Информационные технологии. – 2011.- №8.- С.13-16.
6. Садыков, С.С. Идентификация реальных плоских объектов на основе их сигнатуры/ С.С. Садыков, С.В. Савичева// Вестник компьютерных и информационных технологий. – 2012. - №1. – С.17-20.
7. David M. Mount. Computational Geometry. — University of Maryland, 2002. — p. 122.
8. Прапарата Ф. Вычислительная геометрия: Введение/ Ф.Прапарата, М. Шеймос — М.: Мир, 1989. — С. 478.
9. Ласло М. Вычислительная геометрия и компьютерная графика на C++. — М.: БИНОМ, 1997. — С. 304.
10. Алгоритмы. Построение и анализ / Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р., Штайн К. — 2-е изд. — “Вильямс”, 2005. — С. 1296.
11. Половинкин, Е. С. Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа/ Е. С. Половинкин, М. В. Балашов— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 416 с.
12. Тиморин, В. А. Комбинаторика выпуклых многогранников. — М.: МЦНМО, 2002. — 16 с.
13. Садыков, С.С. Алгоритм логического определения кривизны точек дискретной линии/ Алгоритмы, методы и системы обработки данных. - 2015. - №1(30). - С.52-59.
14. Садыков, С.С. Формирование безразмерных коэффициентов формы замкнутого дискретного контура / Алгоритмы, методы и системы обработки данных. - 2014. - №4(29). - С.91-98.