

С.В. ЕРЕМЕЕВ,  
В.С. ЧИЖОВ

**Алгоритм построения моделей  
пространственных отношений на  
основе темпоральных графов**

Муромский институт  
(филиал) ФГБОУ ВО  
«Владимирский  
государственный  
университет имени  
А.Г. и Н.Г. Столетовых»,  
г. Муром

*В статье разработан алгоритм, позволяющий устанавливать топологические отношения между объектами на карте и формировать матрицу смежности темпорального графа. Реализован метод выбора карт и слоёв, на которых производится поиск топологических отношений. Разработан метод сложения темпорального и статического графа. В качестве результата реализации алгоритма приводится фрагмент карты и матрица отношений темпорального графа.*

В современном мире геоинформационные системы (ГИС) составляют одну из фундаментальных основ становления информационного общества. ГИС применяются в различных сферах деятельности: транспорт, навигация, геология, география, военное дело и т.д.

На данный момент в ГИС все большую популярность находит применение теории графов [1-3]. Существующие дома, сооружения, кварталы рассматриваются как вершины, а соединяющие их дороги, линии электропередач - как рёбра. На таком графе можно производить различные вычисления, что позволяет, например, найти кратчайший объездной путь, спланировать оптимальный маршрут.

Часто теория графов используется для представления отношений между элементами сложных структур различной природы [4-6]. При этом данные отношения являются постоянными и не меняются во времени. Такие графы называются

«статическими». Статический граф представляет собой совокупность множества вершин и множество рёбер, соединяющих вершины. Каждое ребро хранит вес, соответствующий типу отношений между вершинами, которые соединяют данное ребро. Но возникают ситуации, в которых отношения между элементами изменяются во времени. В этом случае «статические» графы неприменимы для их описания и моделирования.

В настоящее время для реализации такого подхода является использование темпорального графа, в котором связи между элементами (вершинами графа) изменяются во времени [7].

Темпоральным графом называется тройка  $G = (X, \{Y_t\}, T)$ , где  $X$  - множество вершин графа с числом вершин  $|X| = n$ ;  $T = \{1, 2, \dots, N\}$  - множество натуральных чисел, определяющих (дискретное) время;  $\{Y_t\}$  - семейство соответствий или отображений множества вершин  $X$  в себя в момент времени  $t \in T$ , т.е.  $\forall (t \in T) Y_t : X \rightarrow X$ . Причём, для различных моментов времени эти отображения, в общем случае, разные:

$$(\forall x \in X)(\forall t_1, t_2 \in T | t_1 \neq t_2)[Y_{t_1}(x) \neq Y_{t_2}(x)] \quad (1)$$

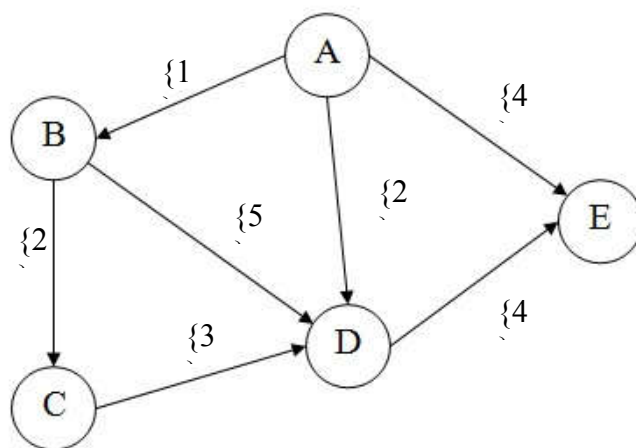


Рис. 1. Пример «статического» графа отношений объектов.

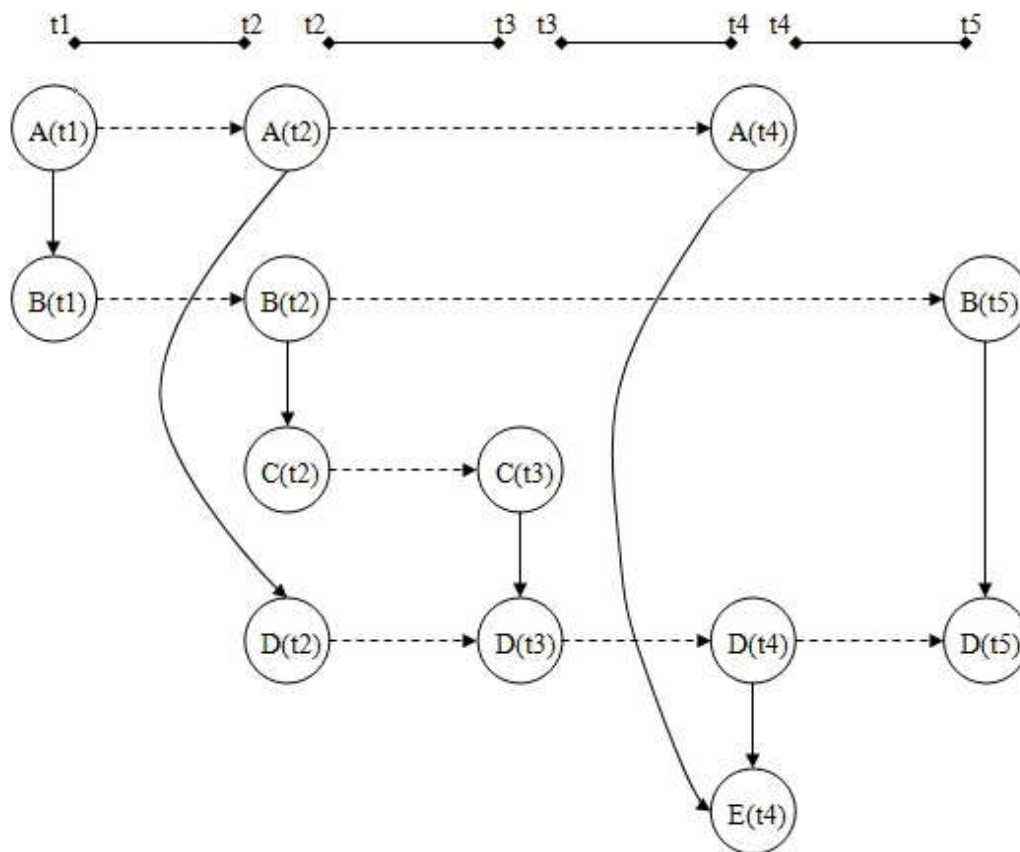


Рис. 2. Пример темпорального графа.

На рисунке 1 изображен статический граф отношений, где  $A, B, C, D, E$  - объекты на карте,  $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}$  - моменты времени, в которые появились топологические отношения между объектами.

Соответственно, на рисунке 2 представлен темпоральный граф, где  $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5$  - моменты времени.

Темпоральные графы на основе формулы (1) имеют широкие перспективы использования в ГИС. Однако разработка модели представления и использования темпоральных графов с учётом пространственных отношений между объектами остается актуальной задачей.

### Постановка задачи

Данная работа посвящена реализации алгоритма, предназначенного для установления топологических отношений между объектами на карте и формирования модели темпорального графа на основе матрицы смежности.

За основу алгоритма будет взят метод поиска объектов, имеющих указанное пространственное отношение к заданному контуру.

Одной из поставленных задач является разработка алгоритма сложения матриц смежности темпорального и статического графов.

### **Установление топологических отношений между пространственными объектами**

На начальном этапе работы производится выбор слоёв, относительно которых будет произведен поиск топологических отношений, и типы отношений, по которым следует произвести поиск.

Для установки топологических отношений между объектами на карте используется метод поиска пространственных объектов, имеющих указанное пространственное отношение к заданному контуру.

Суть данного метода заключается в том, что при анализе каждого объекта производится вычисление пространственного отношения заданного контура с контурами форм объекта, определяющими геометрию. Затем к вычисленному отношению применяется маска пространственных отношений, на которые необходимо производить проверку, и результат сравнивается со значением пространственных отношений, удовлетворяющих поиску. Если значения совпали, то объект считается удовлетворяющим поиску:

$$C = \{c_i : R(c_i, c_p) = 1\}, c_p \neq c_i,$$

где  $c_i$  - множество всех контуров карты,

$R(c_i, c_p)$  - отношение между контуром  $c_i$  и исследуемым контуром  $c_p$  ( $i = 1, 2, \dots, m, p \in \{1, 2, \dots, \infty\}$ ).

Результатом  $C$  является множество всех таких контуров, которые находятся в отношении с исходным контуром  $c_p$ .

Так как ГИС работает с огромными объемами данных, актуальной задачей стала оптимизация работы алгоритма. Для ускорения обработки данных применяется бинарный поиск.

Основная его идея заключается в поиске значения в диапазоне элементов отсортированного одномерного массива.

### Сложение матриц смежности темпорального и статического графов

Для добавления текущей матрицы смежности в матрицу смежности темпорального графа используется следующая формула:

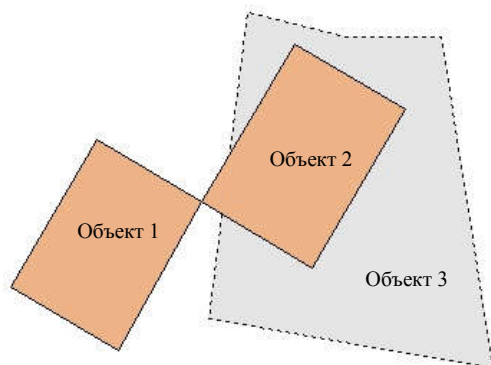
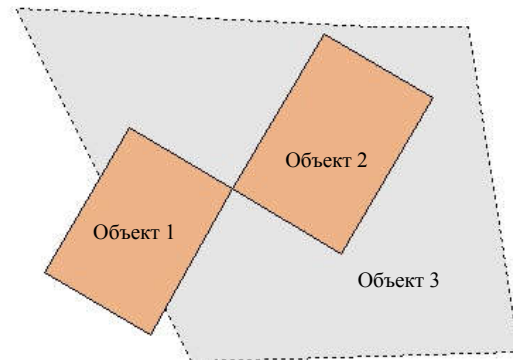
$$G = \begin{cases} g_{i,j}^{t-1} + g_{i,j}^t, & \text{если } \exists i, j \text{ в } t \text{ и } \exists i, j \text{ в } t-1 \\ g_{i,j}^t, & \text{если } \exists i, j \text{ в } t \text{ и } \bar{\exists} i, j \text{ в } t-1 \\ -1, & \text{если } \bar{\exists} i, j \text{ в } t \text{ и } \exists i, j \text{ в } t-1 \end{cases} \quad (2)$$

где  $g_{i,j}^{t-1}$  - тип связи в предыдущий момент времени,

$g_{i,j}^t$  - тип связи в текущий момент времени.

Исходя из формулы (2) следует, что при сложении матрицы смежности темпорального графа и матрицы смежности статического графа производится проверка на существование объекта в текущий и предыдущий момент времени. Если топологические связи объекта не изменились, либо изменились только виды связей, то происходит сложение текущего момента времени с предыдущим. Если объект не существовал, то в текущем моменте времени создается тип связи. Если объект исчез, то происходит удаление тип связи.

В матрице смежности графов топологические отношения обозначаются так: соприкосновение – «1», пересечение – «2», содержание – «3», вложение – «4», объекта не существует – «-1».

Момент времени  $t_1$ Момент времени  $t_2$ 

	Объект 1	Объект 2	Объект 3
Объект 1	0	1	0
Объект 2	1	0	2
Объект 3	0	2	0

	Объект 1	Объект 2	Объект 3
Объект 1	0	1	2
Объект 2	1	0	3
Объект 3	2	4	0

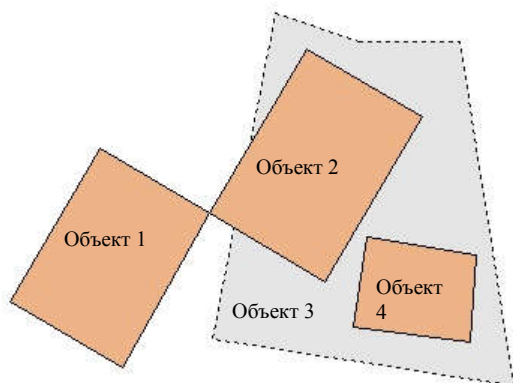
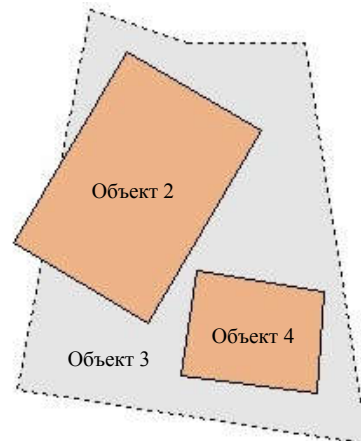
Матрица смежности темпорального графа

	Объект 1	Объект 2	Объект 3
Объект 1	00	11	02
Объект 2	11	00	23
Объект 3	02	24	00

Рис. 3. Пример сложения матриц смежности темпорального и статического графов (изменение типа связи).



Рис. 4. Пример сложения матриц смежности темпорального и статического графов (добавление объекта).

Момент времени  $t_1$ Момент времени  $t_2$ 

	Объект 1	Объект 2	Объект 3	Объект 4
Объект 1	0	1	0	0
Объект 2	1	0	2	0
Объект 3	0	2	0	4
Объект 4	0	0	3	0

	Объект 2	Объект 3	Объект 4
Объект 2	0	2	0
Объект 3	2	0	4
Объект 4	0	3	0

Матрица смежности темпорального графа

	Объект 1	Объект 2	Объект 3	Объект 4
Объект 1	0 -1	1 -1	0 -1	0 -1
Объект 2	1 -1	00	22	00
Объект 3	0 -1	22	00	44
Объект 4	0 -1	00	33	00

Рис. 5. Пример сложения матриц смежности темпорального и статического графов (удаление объекта).



Для тестирования работы алгоритма взята тестовая карта и выбрано 4 типа топологических отношений: соприкосновение, пересечение, содержание, вложение.

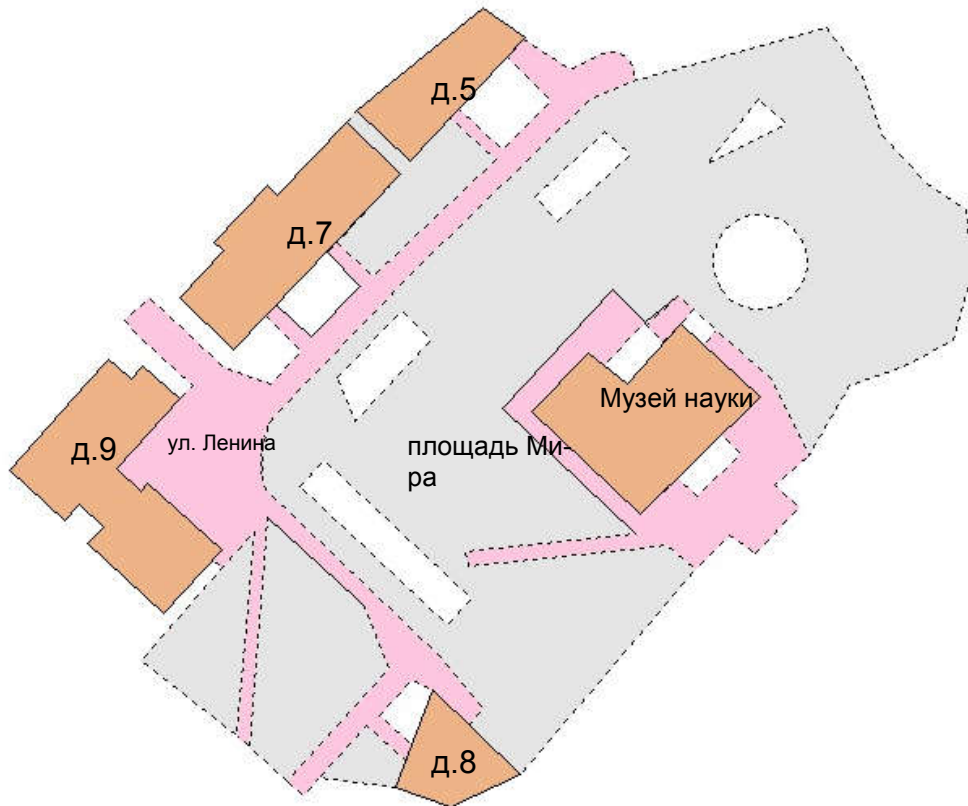


Рис. 6. Тестовая карта. Момент времени  $t_1$ .

На начальном этапе в момент времени  $t_1$  матрицы смежности статического и темпорального графов совпадают.





## Заключение

В настоящее время традиционно используемые графовые модели в ряде случаев становятся неприемлемы постановкам задач в условиях динамичности. Таким образом, можно видеть, что решение ряда задач с использованием геоинформационных моделей требует использования темпорального описания графа.

В статье разработан алгоритм построения моделей пространственных отношений на основе темпоральных графов. Сформирована модель темпорального графа на основе матрицы смежности. Подробно описан алгоритм добавления текущей матрицы смежности в матрицу смежности темпорального графа, приведены результаты его применения к картам.

Данный алгоритм полезен при реализации темпоральных графов для муниципальных карт.

## Литература

1. Еремеев С.В., Андрианов Д.Е., Титов Д.В. Метод представления информации о топологии карты в структуре идентификаторов пространственных объектов, Известия высших учебных заведений. Приборостроение. №2. 2015. С. 99-103.
2. Еремеев С.В., Андрианов Д.Е., Веденин А.С. Построение и использование топологических отношений между группами пространственных объектов в геоинформационных системах, Вестник РГРТУ. №1. 2014. С. 130-133.
3. S. V. Eremeev, D. E. Andrianov, and V. A. Komkov, Comparison of Urban Areas Based on Database of Topological Relationships in Geoinformational Systems, Pattern Recognition and Image Analysis. 2015. Vol. 25. No. 2, pp. 314–320.
4. Л.С. Берштейн, А.В. Боженок. Использование темпоральных графов, как моделей сложных систем. «Известия Южного федерального университета. Технические науки» Выпуск №4, том 105, 2010. С. 198-203.
5. Еремеев С.В. Пространственно-временной анализ муниципальных карт, Алгоритмы, методы и системы обработки данных . 2012. №4. С. 52-57.
6. Деев К.В., Еремеев С.В. Сопоставление элементов разномасштабных карт, Геоинформатика. 2006. № 2. С. 54-57.
7. Vassilis Kostakos. Temporal Graphs. «Physica A: Statistical Mechanics and its Applications». 2009. No. 6, pp. 1007-1023.

E-MAIL: CHIZHOV7@YANDEX.RU