

Е.В. ПУГИН, С.Ю. БЕЛЯЕВ

**Базовые алгебраические операции
над нечёткими признаками
изображений**

УДК 004.932

Муромский институт
(филиал) ФГБОУ ВО
«Владимирский
государственный
университет имени
А.Г. и Н.Г. Столетовых»,
г. Муром

В статье проанализированы базовые алгебраические операторы над функциями принадлежности нечётким множествам первого типа. Рассмотрены различные операторы, проведена проверка на соответствие заданным условиям. Из всего набора условий удовлетворяют операторы алгебраической суммы, ограниченной суммы и операторы DSW. Также допустимо использовать операторы пересечения и дополнения. Выбранные операторы были опробованы на тестовом изображении для выделения нечётких признаков.

Данные операторы также могут быть использованы для вычислений нечётких признаков изображений на основе нечётких интервалов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-37-00495.

Введение

Нечёткий признак изображения задаётся парой: классическим числом и нечётким интервалом. При выполнении операций над нечёткими признаками необходимо производить вычисления над каждой из этих частей. В первом случае операции сводятся к элементарным арифметическим операциям, в то время как операции над нечёткими интервалами могут задаваться

различными выражениями и должны выбираться под конкретную задачу.

В предыдущих работах разработаны требования, предъявляемые к функциям принадлежности нечётких признаков изображений, поэтому анализ и выбор подходящих операций будут основываться на следующих условиях [1]:

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \mu(F(x, y)) = 0. \quad (1)$$

$$\int_0^{l-1} \mu(F(x, y)) dl > 0, \quad l \in [0; L - 1] \quad (2)$$

$$\exists! l \mid \mu(l) = 1. \quad (3)$$

Операции над нечёткими признаками

Как было показано ранее, нечёткий признак представляет собой число и соответствующую функцию принадлежности или вес данного числа. По мере развития теории нечётких множеств и теории нечёткой логики для этого случая было введено понятие нечёткого интервала [2—4]

$$M = (\underline{m}, \bar{m}, \alpha, \beta)_{LR}. \quad (4)$$

Операции над нечёткими признаками Xf включают в себя вычисление над классической частью и над нечётким интервалом

$$X_{f1} \cdot X_{f2} = (X_1, M_1) \cdot (X_2, M_2) = (X_1 \cdot X_2, M_1 \cdot M_2),$$

где $[\cdot]$ – некоторый оператор. Очевидно, что вычисления над нечёткими интервалами требуют большее число операций, но при этом они содержат больше информации об исходных данных, что может положительно сказаться в дальнейших расчётах. Например, уровень неопределённости при дефаззификации нечёткого признака даёт оценку возможности данного результата по его α -срезу.

Получение нечётких признаков второго и высших типов происходит на основе нечётких признаков первого типа. В обработке изображений носителями нескольких значений нечётких признаков первого типа могут выступать цветовые каналы одиночного изображения, а также соседние кадры на последовательности изображений (видеопоследовательности, гиперспектральные снимки поверхности земли и др.).

Рассмотрим базовые операции над нечёткими интервалами [5—6]. Пусть имеются два нечётких множества M и N с функциями принадлежности $\mu(x)$ и $\nu(x)$, которые определены на множестве X .

В качестве экспериментальных данных положим:

$$\mu(x) = \pi(x, 1, 5),$$

$$\nu(x) = \pi(x, 2, 6).$$

Тогда:

- объединение $M \cup N$:

$$z_{M \cup N}(x) = \max(\mu(x), \nu(x)); \quad (5)$$

- пересечение $M \cap N$:

$$z_{M \cap N}(x) = \min(\mu(x), \nu(x)); \quad (6)$$

- дополнение M :

$$z_M(x) = 1 - \mu(x); \quad (7)$$

- алгебраическая сумма $M + N$:

$$z_{M+N}(x) = \mu(x) + \nu(x) - \mu(x) \cdot \nu(x) = 1 - [1 - \mu(x)][1 - \nu(x)]; \quad (8)$$

- алгебраическое произведение $M \cdot N$:

$$z_{M \cdot N}(x) = \mu(x) \cdot \nu(x); \quad (9)$$

- ограниченная сумма $M \oplus N$:

$$z_{M \oplus N}(x) = \min(1, \mu(x) + \nu(x)); \quad (10)$$

- ограниченная разность $M \ominus N$:

$$z_{M \ominus N}(x) = \max(0, \mu(x) - \nu(x)); \quad (11)$$

-ограниченное произведение $M \odot N$:

$$z_{M \odot N}(x) = \max(0, \mu(x) + \nu(x) - 1). \quad (12)$$

сумма и произведение по DSW [6].

Результат операторов (5-7) показаны на рис. 1, (8-9) на рис. 2, (10-12) на рис. 3, метод DSW на рис. 4. Расширенный набор алгебраических операций описывается в [8].

Из рисунков видно, что требованиям (1), (2), (3) соответствуют операторы (8) и (10), а также метод DSW.

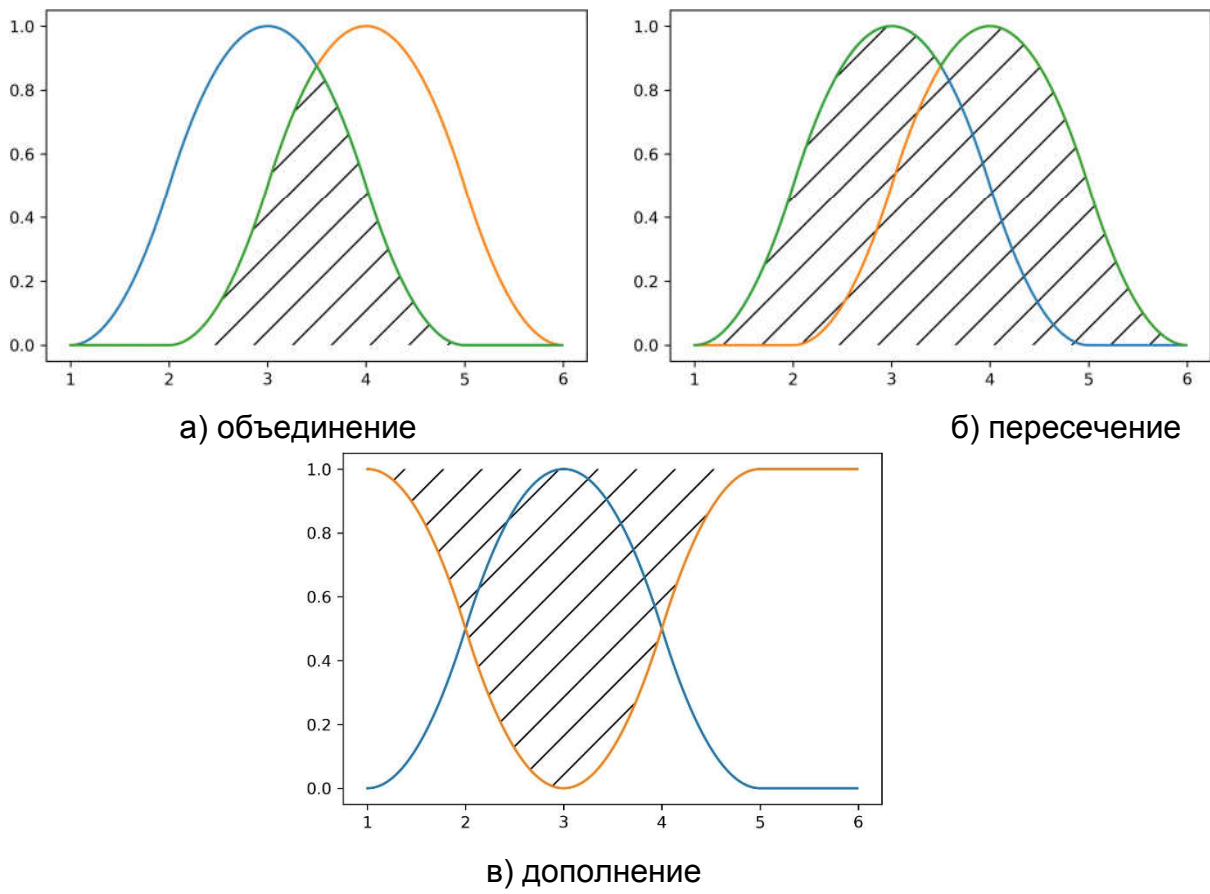


Рис. 1

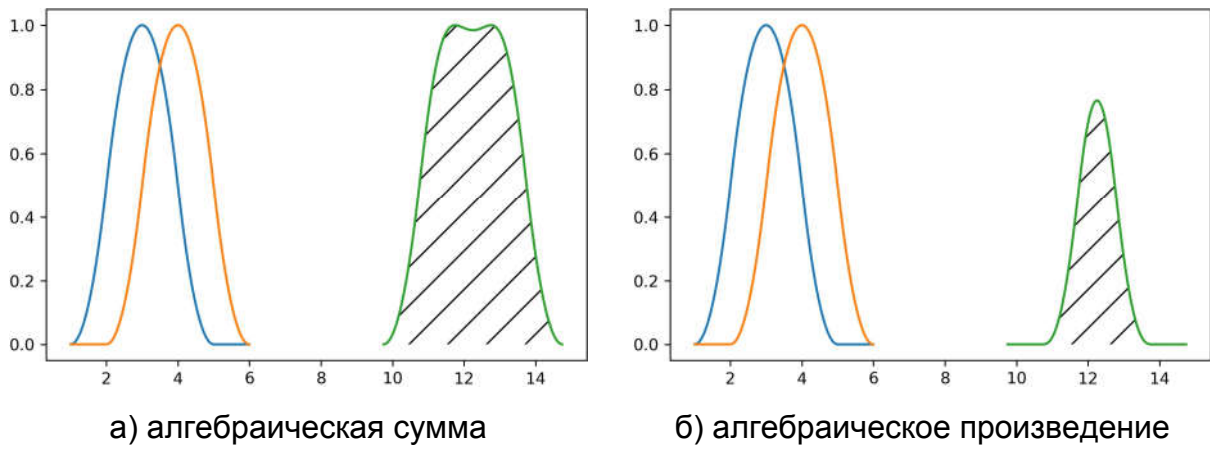


Рис. 2

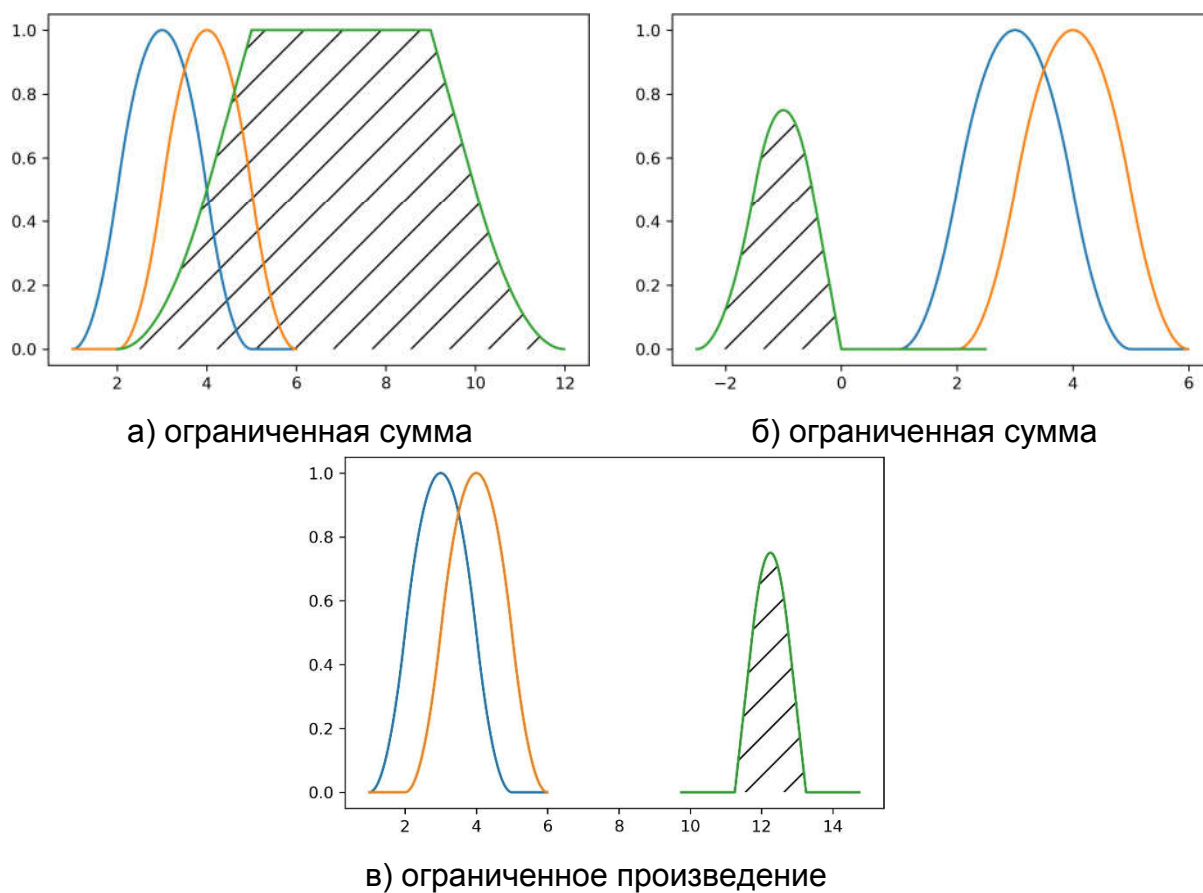


Рис. 3

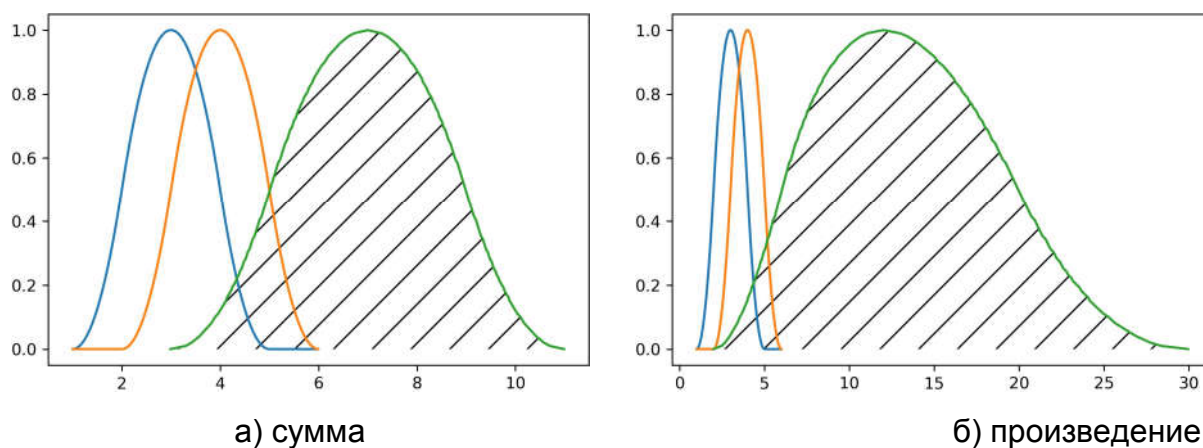


Рис. 4 – Операции по DSW

Разработка нечётких признаков изображений

В качестве примера рассмотрим простейшие нечёткие признаки, характеризующие изображение, и методы их вычисления.

Первичными нечёткими признаками являются сами нечёткие пиксели, получение которых описывается в предыдущих работах [1].

Производные нечёткие признаки поэтому будут зависеть от выбранных функций принадлежности и нечётких пикселей.

Уровень неопределённости N_u изображения.

Показывает количество неопределённости на изображении.

$$N_u = \frac{1}{MN} \sum (1 - f_f(x, y))$$

Чем выше уровень неопределённости, тем меньшее число доверенных пикселей располагается на изображении.

Уровень определённости N_c .

Показывает количество определённости на изображении.

$$N_c = \frac{1}{MN} \sum f_f(x, y)$$

или

$$N_c = 1 - N_u.$$

Уровень доверия T пикселя.

Показывает степень определённости точки изображения, то есть с какой возможностью яркость или другая характеристика точки соответствует действительности. Позволяет отсеивать пиксели с низким уровнем доверия. Может задаваться в аналитическом виде или выбираться эвристически.

$$T = \mu(f(x, y))$$

Признаки и их выражения сведены в табл. 1. Рассчитанные значения для тестового изображения (рис. 5) приведены в табл. 2.

Таблица 1

Нечёткие признаки и их расчётное выражение

Признак	Выражение
Уровень неопределённости	$N_u = \frac{1}{MN} \sum (1 - f_f(x, y))$
Уровень определённости	$N_c = \frac{1}{MN} \sum f_f(x, y)$
Уровень доверия T нечёткого пикселя	$T = \mu(f(x, y))$

Таблица 2

**Нечёткие признаки и их значение для тестового изображения
для значения среза $\alpha = 0.98$**

Признак	Значение
Уровень неопределённости	0.05
Уровень определённости	0.95
Уровень доверия T нечёткого пикселя $f(50,50)$	0.99

Заключение

В работе проанализированы базовые алгебраические операторы над функциями принадлежности нечётким множествам первого типа. Одновременно с этим, данные операторы могут быть использованы для вычислений с нечёткими интервалами, используемыми для представления нечётких признаков изображений. Рассмотрены различные операторы, проведена проверка на соответствие заданным условиям. Из всего набора условиям удовлетворяют операторы алгебраической суммы, ограниченной суммы и операторы DSW. Также допустимо использовать операторы пересечения и дополнения. Выбранные операторы были опробованы на тестовом изображении для выделения нечётких признаков.



Рис. 5 – Тестовое изображение

ЛИТЕРАТУРА

1. Пугин Е. В., Жизняков А. Л. Методы и алгоритмы обработки изображений с использованием нечетких признаков // Динамика сложных систем-XXI век. — 2017. — Т. 11, № 2. — С. 9—17.
2. Dijkman J., Haeringen H. van, Lange S. de. Fuzzy numbers // Journal of Mathematical Analysis and Applications. — 1983. — Апр. — Т. 92, № 2. — С. 301—341.
3. DUBOIS D., PRADE H. Operations on fuzzy numbers // International Journal of Systems Science. — 1978. — Июнь. — Т.9, № 6. — С. 613—626.
4. Dubois D., Prade H. Possibility Theory. — Springer US, 1988.
5. Kaspshitskaya M., Sergienko I., Stiranka A. Some properties of discrete fuzzy sets // USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics. — 1990. — Янв. — Т. 30, № 4. — С. 103—107.
6. Mizumoto M., Tanaka K. Fuzzy sets and their operations // Information and Control. — 1981. — Янв. — Т. 48, № 1. — С. 30—48.
7. Dong W. M., Shah H. C., Wongt F. S. Fuzzy computations in risk and decision analysis // Civil Engineering Systems. — 1985. — Дек. — Т. 2, № 4. — С. 201—208.
8. B. Farhadinia Study on division and subtraction operations for hesitant fuzzy sets, interval-valued hesitant fuzzy sets and typical dual hesitant fuzzy sets // Journal of Intelligent & Fuzzy Systems. — 2015. — Т. 28, № 3. — С. 1393—1402. — ISSN 1064-1246.

E-MAIL: EGOR.PUGIN@GMAIL.COM