Ш.Х. ФАЗЫЛОВ, Н.М. МИРЗАЕВ,
С.С. РАДЖАБОВ, О.Н. МИРЗАЕВ

Модель алгоритмов распознавания, основанных на выделении представительных объектов обучающей выборки

УДК 004.93

Научно-инновационный центр информационно-коммуникационных технологий при Ташкентском университете информационных технологий имени Мухаммада ал-Хоразмий, г. Ташкент, Республика Узбекистан

В статье рассмотрена задача, связанная с построением модели алгоритмов распознавания, основанной на идее, суть которой заключается в формировании подмножеств взаимосвязанных объектов обучающей выборки и выделения из этих подмножеств представительных объектов. Далее, относительно этих объектов выделяются предпочтительные взаимонезависимые признаки. Работоспособность предложенной модели подтверждена результатами экспериментальных исследований. Данная модель алгоритмов распознавания может быть использована для решения задач структуризации «больших данных».

Ключевые слова: модель алгоритмов распознавания, радиальная функция, взаимосвязанность объектов, представительный объект, предпочтительный признак, функция близости

Введение

Одним из интенсивно развивающихся направлений в области информатики и прикладной математики являются вопросы разработки и исследования методов и алгоритмов, используемых в системах распознавания образов. Это связано с тем, что круг прикладных задач, решаемых с применением этих методов непрерывно расширяются [1-4].

Известно, что на практике часто встречаются прикладные задачи распознавания образов, заданных в пространстве признаков большой размерности. При решении подобных задач распознавания достаточно часто возникает ситуации, в котором предположение о независимости признаков не выполняется [5,6]. Классически при решении таких задач прибегали к некоторой предварительной обработке признакового пространства, в результате чего часто происходила потеря важной информации о структуре объектов, позволяющей эффективнее их классифицировать [7]. Данное обстоятельство утверждает, что вопросы, связанные с практической применимостью тех или иных алгоритмов для решения прикладных задач распознавания при нарушении условия независимости признаков остаются недостаточно разработанными. Следовательно, вопросы разработка алгоритмов распознавания (АР) в условиях большой размерности пространства признаков, являются актуальными (см. раздел 1).

Целью данной работы является создание модели алгоритмов распознавания (МАР), основанных на радиальных функциях, с учетом большой размерности пространства признаков.

Основная идея предлагаемой МАР заключается в выделении подмножеств взаимосвязанных объектов в обучающей выборке и определении представителей из каждого выделенного подмножества объектов.

1. Обзор литературных источников

Анализ существующих публикаций показывает, что на начальном этапе развития распознавания образов применение алгоритмов распознавания было связано с плохо формализованными областями (такими, как медицина, геология, социология, химия). В результате исследований, проведенных в начале становления теории распознавания образов, появилось множество алгоритмов. Однако, они носили характер проектов различных технических устройств или алгоритмов для решения конкретных прикладных задач. Их ценность определялась, прежде всего, достигнутыми экспериментальными результатами [7,8].

В результате приобретения определённого опыта по решению ряда прикладных задач возник новый этап развития теории распознавания образов, который характеризуется переходом от отдельных алгоритмов к построению моделей – семейства алгоритмов для единого описания методов решения классификационных задач [1]. Потребность в синтезе моделей алгоритмов распознавания образов определялась необходимостью фиксации класса алгоритмов при выборе оптимальной или хотя бы приемлемой процедуры решения конкретной задачи.

На данном этапе развития академиком РАН Ю.И.Журавлёвым доказано, что произвольный алгоритм распознавания можно представить как последовательное выполнение двух операторов [1,7]:

$$\mathbb{A} = \mathbb{B} \circ \mathbb{C}, \tag{1}$$

где $\mathbb{B}$ - распознающий оператор, $\mathbb{C}$ - решающее правило.

Из (1) следует, что каждый алгоритм распознавания $\mathbb{A}$ можно разделить на два последовательных этапа. На первом этапе распознающий оператор $\mathbb{B}$ осуществляет перевод допустимого объекта $\mathrm{S_u}$ в числовую оценку, представленную вектором $\mathfrak{b}_\mathrm{u}$:

$$\mathbb{B}(\mathrm{S_u}) = \mathfrak{b}_\mathrm{u}, \tag{2}$$

где $\mathfrak{b}_\mathrm{u} = (\mathscr{b}_{\mathrm{u}1}, \dots, \mathscr{b}_{\mathrm{uv}}, \dots, \mathscr{b}_{\mathrm{u}\ell})$.

На втором этапе решающее правило $\mathbb{C}$ определяет принадлежность объекта $\mathrm{S_u}$ к классам $K_1, \dots, K_v, \dots, K_\ell$ по числовой оценке $\mathscr{b}_{uv}$, вычисленной с применением оператора (2):

$$\mathbb{C}(\mathscr{b}_{\mathrm{uv}}) = \begin{cases} 0, \text{если } \mathscr{b}_{\mathrm{uv}} < c_1; \\ \Delta, \text{если } c_1 \le \mathscr{b}_{\mathrm{uv}} \le c_2; \\ 1, \text{если } \mathscr{b}_{\mathrm{uv}} > c_2, \end{cases} \tag{3}$$

где c_1, c_2 – параметры решающего правила.

К настоящему времени построено и изучено несколько типов моделей.

1. Модели, основанные на использовании принципа разделения [1,9-13]. Во многих задачах описание объектов задаются наборами значений числовых признаков (объекты можно представить, как точки в -мерном евклидовом пространстве). Такие объекты (точки) могут быть разделены на классы гиперповерхностей достаточно простого вида, например, [1]:

$$R(\bar{x}) = a_0 + \sum_i a_i x_i.$$

Успех применения *R*-модели зависит от двух факторов: вида функции $R(\bar{x})$ и практической возможности определения ее коэффициентов.

2. Статистические модели [1,8,11-16]. Они в основном строятся на базе байесовского подхода и принципа минимакса. Байесовский подход используется в тех случаях, когда известны (или могут быть определены) вероятности того, что данный объект принадлежит определённому классу, в то время как принцип минимакса применяется при неизвестной априорной к апостериорной вероятности.

Статистические модели алгоритмов распознавания определяются заданием ряда параметров и функционалов.

3. Модели, основанные на принципе потенциалов [1,11,17-21]. В основе формирования этих моделей лежит так называемая потенциальная функция, которая напоминают функцию потенциала электрического поля вокруг точечного электрического заряда [17]. В настоящее время разработаны несколько разновидностей моделей АР, основанных на принципе потенциалов. Они, в основном, различаются между собой выбором законов коррекции разделяющей функции от шага к шагу. МАР, основанных на принципе потенциалов, задаются некоторыми параметрами и монотонно убывающими функциями расстояния между объектами, а также функционалами качества.

4. Модели, построенные на базе математической логики [1,22-26]. Они в основном строятся на основе исчисления высказываний, в частности, на аппарате алгебры логики. В этих моделях классы и признаки объектов рассматриваются как логические переменные, а описание классов на языке признаков представляется в форме булевых соотношений.

5. Модели, основанные на вычислении оценок [1,22-31]. Основой формирования этих моделей является принцип частичной прецедентности. Главная идея этого принципа заключается в оценке "близости" между частями описанных ранее классифицированных объектов и объекта, принадлежащего распознаванию. Наличие близости является частичным прецедентом и оценивается по некоторому заданному правилу.

В результате анализа этих моделей можно сделать следующие выводы:

● существующие МАР, в основном, ориентированы на распознавании объектов, описанных в пространстве независимых признаков;

● большинство МАР не имеют возможности анализировать данные при довольно больших размерностях признакового пространства;

● вопросы реализации оптимизационных процедур при построении экстремального распознающего алгоритма в условиях большой размерности признакового пространства исследованы недостаточно полно.

Следовательно, вопросы, связанные с применением тех или иных моделей алгоритмов распознавания для решения прикладных задач при больших размерностях признакового пространства, остаются актуальными.

2. Постановка задачи

Рассмотрим множество допустимых объектов $\mathfrak{D}$, которое покрыто подмножествами (классами) $K_1, \dots, K_j, \dots, K_\ell$ [1, 7, 31]:

$$\mathfrak{D} = \bigcup_{j=1}^{\ell} K_j,\ K_j \cap K_j = \emptyset, i \neq j, i, j \in \{1, 2, \dots, \ell\}.$$

При этом разбиение $\mathfrak{D}$ определено не полностью. Имеется только некоторая начальная информация I_0 о классах $K_1, \dots, K_j, \dots, K_\ell$. Обычно I_0 задаётся в виде классифицированных объектов.

Выделим из $\mathfrak{D}$ произвольно m объектов: $\tilde{S}^m = \{S_1, \dots, S_u, \dots, S_m\}$. При этом предполагается, что априорная информация I_0 задана как множество пар, состоящее из S_u и $\tilde{\alpha}(S_u)$:

$$I_0 = \{S_1, \tilde{\alpha}(S_1), \dots, S_u, \tilde{\alpha}(S_u), \dots, S_m, \tilde{\alpha}(S_m)\},$$

где $\tilde{\alpha}(S_u)$ – информационный вектор объекта S_u ($S_u \in \mathfrak{D}$): $\tilde{\alpha}(S_u) = (\alpha_{u1}, \dots, \alpha_{uj}, \dots, \alpha_{u\ell})$. Здесь α_{uj} – значение предиката, имеющего следующий вид:

$$P_j(S_u) = \begin{cases} 1, \text{если } S_u \in \widetilde{K}_j; \\ 0, \text{если } S_u \notin \widetilde{K}_j. \end{cases}$$

Дано q объектов из $\mathfrak{D}\left(\tilde{S}^q \subset \mathfrak{D}\right)$: $\tilde{S}^q = \left\{S_1', \dots, S_u', \dots, S_q'\right\}$. Задача заключается в построении такого распознающего оператора (2), который с применением решающего правила (3) вычисляет значения предиката $P_j(S_u')(\text{где } u = \overline{1, q})$ по априорной информации I_0:

$$\mathbb{B}(\tilde{S}^q) = \|\mathfrak{b}_{uv}\|_{q\times\ell},\ \mathbb{C}\big(= \|\mathfrak{b}_{uv}\|_{q\times\ell}\big)=\|\beta_{uv}\|_{q\times\ell},\ \beta_{uv} \in \{0,1,\Delta\}.$$

Здесь β_{ij} интерпретируется так же, как и в работах [1, 31]. Если $\beta_{uv} \in \{0,1\}$ ($\beta_{uv} = 0$ – объект S'_u не входит в класс K_v, $\beta_{uv} = 1$ – объект S'_u входит в класс K_v), то β_{uv} есть значение предиката $P_j(S'_u)$, вычисленное алгоритмом $\mathbb{A}$ для объекта S'_u. Если $\beta_{uv} = \Delta$, то считается, что алгоритм $\mathbb{A}$ не смог определить значение предиката $P_j(S'_u)$.

3. Метод решения

Предлагаемая МАР основана на использовании радиальных функций [32,33] и ее задание включает следующие основные этапы.

1. Выделение подмножеств сильносвязанных объектов. На этом этапе определяются m' «независимых» подмножеств сильносвязанных объектов [34,35].

2. Выделение представительных объектов – определяется множество представительных объектов $\mathbb{E}_0$ ($|\mathbb{E}_0| = \mathrm{m}'$) [34,35].

3. Выделение подмножеств сильносвязанных признаков – определяются n' «независимых» подмножеств сильносвязанных признаков [36,37].

4. Формирование набора репрезентативных признаков (РП) – определяются n' репрезентативных признаков [36,37].

5. Выделение предпочтительных признаков (ПП) – выделяются ПП из числа репрезентативных признаков. Рассмотрим набор X' репрезентативных признаков $\mathrm{x}_{\mathrm{i}_1}, \dots, \mathrm{x}_{\mathrm{i}_\mathrm{q}}, \dots, \mathrm{x}_{\mathrm{i}_{\mathrm{n}'}}$, определенных на предыдущем этапе. Пусть E_j – подмножества представительных объектов, принадлежащих к классу K_j: $\mathrm{E}_\mathrm{j} = \mathrm{K}_\mathrm{j} \cap \mathbb{E}_0$. Тогда $\overline{\mathrm{E}}_\mathrm{j}$ – подмножества представительных объектов, не принадлежащих к классу K_j: $\overline{\mathrm{E}}_\mathrm{j} = \mathbb{E}_0 \backslash \mathrm{E}_\mathrm{j}$. Выбор предпочтительного признака из X' осуществляется на основе оценки доминантности для рассматриваемого признака:

$$\mathcal{R}_\mathrm{q} = \left(\sum_{\mathrm{j}=1}^{\ell} \Phi_{\mathrm{qj}}\right) \Bigg/ \left(\sum_{\mathrm{j}=1}^{\ell} \Psi_{\mathrm{qj}}\right), \tag{4}$$

$$\Phi_{\mathrm{qj}} = \mathrm{N}_2 \sum_{\substack{\mathrm{S}_\mathrm{u}^\mathrm{E} \in \mathrm{E}_\mathrm{j} \\ \mathrm{S} \in \overline{\mathrm{E}}_\mathrm{j}}} \rho(\mathrm{b}_{\mathrm{ui}_\mathrm{q}}, \mathrm{a}_{\mathrm{i}_\mathrm{q}}),$$

$$\Psi_{qj} = N_1 \sum_{S_u^E, S \in \widetilde{E}_j} \rho(b_{ui_q}, a_{i_q}),$$
$$S_u^E = (b_{ui_1}, \dots, b_{ui_q}, \dots, b_{ui_{n'}}),$$
$$S = (a_{i_1}, \dots, a_{i_q}, \dots, a_{i_{n'}}),$$
$$N_1 = m_1 \times \kappa', N_2 = m_2 \times \kappa',$$
где $m_1 = |\widetilde{K}_j|$, $m_2 = |C\widetilde{K}_j|$, $\kappa' = |E_j|$.

Как уже подчеркивалось в [38], что «чем больше величина $\mathcal{R}_q$, тем большее предпочтение получает соответствующий признак при разделении объектов, принадлежащих $\widetilde{K}_j$. Если два и более признака получают одинаковое предпочтение, то выбирается любой из них». При вычислении $\mathcal{R}_{qj}$ предполагается, что объект S не является репрезентативным объектом.

В результате применения (4) формируется набор предпочтительных признаков X_j'', где $X_j'' = (\mathfrak{x}_{i_1}, \dots, \mathfrak{x}_{i_q}, \dots, \mathfrak{x}_{i_{n''}})$. Каждый набор предпочтительных признаков характеризует только одно подмножество (класс) объектов. Далее рассматриваются только предпочтительные признаки относительно каждого репрезентативного объекта.

6. Определение функции различия $\mathbf{d}(\mathbf{S_u^E}, \mathbf{S})$ ***между представительным объектом*** $\mathbf{S_u^E}$ ***и объектом*** $\mathbf{S}$ – определяется функция различия между представительным объектом S_u^E и объектом S в новом пространстве ПП X''.

Пусть заданы два объекта S_p и S_q' в пространстве X'':

$$S_u^E = (b_{ui_1}, \dots, b_{ui_q}, \dots, b_{ui_{n''}}) \text{ и } S = (a_{i_1}, \dots, a_{i_q}, \dots, a_{i_{n''}}).$$

Различие между этими объектами определяется следующим образом:

$$d(S_p^E, S) = \sum_{q=1}^{n''} \lambda_q \, \rho\left(b_{ui_q}, a_{i_q}\right), \qquad (5)$$

где $\rho(b_{ui_q}, a_{i_q})$ – оценка различия между представительным объектом S_u^E и объектом S, вычисленным по признаку x_{i_q}''.

7. Задание функции близости $\Upsilon(\mathbf{S_u^E}, \mathbf{S})$ ***между объектами*** $\mathbf{S_u^E}$ ***и*** $\mathbf{S}$ – определяются функции близости между объектами. С применением функции близости определяется оценка близости объекта S к представительному объекту $\mathrm{S}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{E}}$. При этом оценка близости объекта вычисляется по ПП. Отметим, что функции близости задаются в рамках радиальных функций в следующем виде:

$$\Upsilon(\mathrm{S}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{E}}, \mathrm{S}) \ = 1/\Big(1 + \tau \mathrm{d}(\mathrm{S}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{E}}, \mathrm{S})\Big), \qquad (6)$$

где $\mathrm{d}\big(\mathrm{S}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{E}}, \mathrm{S}\big)$– оценка различия между представительным объектом $\mathrm{S}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{E}}$ и объектом S, вычисленным по формуле (5).

8. Оценка для объекта $\mathbf{S}_{\mathbf{q}}'$ по классу $\mathbf{K}_{\mathbf{j}}$ – вычисляется оценка принадлежности объекта S к классу K_{j} *(*$\mathrm{j} = \overline{1, \mathrm{l}}$*)*. При этом оценка принадлежности объекта определяется как суммарная оценка по всем представительным объектам, принадлежащим *j*-ому классу $\left(\mathrm{S}_{\mathrm{k}_{\mathrm{j}-1}+1}^{\mathrm{E}}, \dots, \mathrm{S}_{\mathrm{k}_{\mathrm{j}}}^{\mathrm{E}} \in \mathrm{E}_{\mathrm{j}}\right)$:

$$\mathrm{B}\big(\mathrm{K}_{\mathrm{j}}, \mathrm{S}\big) = \sum_{S_u^E \epsilon E_j} \upsilon_u \Upsilon(S_u^E, S),$$

где $\Upsilon(\mathrm{S}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{E}}, \mathrm{S})$ – оценка близости между представительным объектом $\mathrm{S}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{E}}$ и объектом S, вычисленным по формуле (6).

9. Решающее правило. Решение принимается поэлементно [1,31], т.е.

$$\beta_{uj} = C\left(B\big(K_j, S_u\big)\right) = \begin{cases} 0, \text{если } B\big(K_j, S_u\big) < \mathrm{c}_1; \\ \Delta, \text{если } \mathrm{c}_1 \le B\big(K_j, S_u\big) \le \mathrm{c}_2; \\ 1, \text{если } B\big(K_j, S_u\big) > \mathrm{c}_2. \end{cases}$$

где $\mathrm{c}_1, \mathrm{c}_2$ – параметры алгоритма.

Перечисленные этапы полностью определяют МАР, основанных на выделении представительных объектов. Любой распознающий алгоритм из этой модели полностью определяется заданием набора параметров $\tilde{\pi}$ [39]:

$$\tilde{\pi} = (m', \{\tilde{\sigma}\}, n', \{\widetilde{\omega}\}, \{\tilde{\wp}\}, \{\lambda_i\}, \tau, \{\upsilon_u\}, c_1, c_2).$$

Определение наилучшего распознающего алгоритма в рамках рассмотренной модели осуществляется в пространстве этих параметров.

4. Эксперименты

Экспериментальное исследование по оценке работоспособности предложенной МАР осуществлено на примере решения модельной задачи.

Исходные данные распознаваемых объектов для этой задачи сгенерированы в пространстве зависимых признаков. Количество классов в данном эксперименте равно двум. Объём исходной выборки – 800 реализаций (по 400 реализаций в каждом классе). Количество признаков в модельном примере равно 120. Число подмножеств сильносвязанных признаков равно 5.

В качестве испытуемых алгоритмов распознавания были выбраны: алгоритмы типа потенциальных функций (модель $\mathfrak{M}_1$) [17], алгоритмы вычисления оценок (модель $\mathfrak{M}_2$) [27], и алгоритмы, предложенные в настоящей работе (модель $\mathfrak{M}_3$). Сравнительный анализ перечисленных алгоритмов распознавания осуществлен по следующим показателям:

- точность распознавания объектов контрольной выборки;
- время, затраченное алгоритмом на обучение;
- время, затраченное на распознавание объектов из контрольной выборки.

Эти показатели оценивались с использованием метода скользящего контроля [41]. При этом точность распознавания и временные показатели определялись как средние.

Точность распознавания в процессе обучения для $\mathfrak{M}_1$ составила 94,8%, для $\mathfrak{M}_2$ – 97,6%, для $\mathfrak{M}_3$ – 99,1%. Результаты решения рассматриваемой задачи с применением моделей алгоритмов распознавания $\mathfrak{M}_1$, $\mathfrak{M}_2$ и $\mathfrak{M}_3$ в процессе контроля приведены в табл.1.

Таблица 1

Результаты решения задачи на контрольной выборке

MAP	**Время (в сек.)**		**Точность распознавания (в %)**
	обучения	**распознава-ния**	
$\mathfrak{M}_1$	4,141	0,014	80,5
$\mathfrak{M}_2$	6,127	0,012	82,7
$\mathfrak{M}_3$	9,041	0,002	93,4

Сравнение этих результатов показывает, что предложенная модель $\mathfrak{M}_3$ позволила повысить точность распознавания объектов, описанных в пространстве взаимосвязанных признаков, более чем на 10% по сравнению с моделями $\mathfrak{M}_1$ и $\mathfrak{M}_2$. Однако для модели $\mathfrak{M}_3$ имеет место некоторое увеличение времени обучения за счёт реализации дополнительной процедуры формирования независимых подмножеств взаимосвязанных признаков.

Выводы

В статье предложена модель алгоритмов распознавания, основанных на выделении представительных объектов обучающей выборки. Данная модель позволяет решать задачи распознавания образов в условиях большой размерности признакового пространства, что имеет большое практическое значение.

Результаты экспериментальных исследований показали, что предложенная модель алгоритмов распознавания обеспечивает повышение точности результатов и значительное сокращение числа вычислительных операций при распознавании неизвестных объектов, заданных в пространстве взаимосвязанных признаков. Данная модель алгоритмов распознавания может быть использована при создании различных программных комплексов, используемых для структуризации больших данных.

Работа выполнена в рамках гранта БВ-М-Ф4-003 при финансовой поддержке Министерства инновационного развития Республики Узбекистан.

Литература

1. Журавлев Ю.И. Избранные научные труды. – М: Магистр, 2002. – 420 с.
2. Kamilov M., Fazilov Sh., Mirzaeva G., Gulyamova D., Mirzaev N. Building a model of recognizing operators based on the definition of basic reference objects //Journal of Physics: Conference Series IOP Publishing London, 2020. Vol. 1441. 1-6. (2020) 012142. doi:10.1088/1742-6596/1441/1/012142.
3. Камилов М.М., Мирзаев Н.М., Раджабов С.С. Современное состояние вопросов построения моделей алгоритмов распознавания // Химическая технология. Контроль и управление. – Ташкент, 2009. – №2. – С.67-72.
4. Фазылов Ш.Х., Раджабов С.С., Мирзаев О.Н. Современное состояние проблем распознавания образов // Проблемы вычислительной и прикладной математики, Ташкент, 2015. – №2. С.99-112.
5. Бретт Л. Машинное обучение на R: экспертные техники для прогностического анализа. – СПб.: Питер, 2020. – 464 с.
6. Fazilov Sh.Kh., Mirzaev N.M., Mirzaev G.R, Tashmetov Sh.E. Construction of Recognition Algorithms Based on the Two-Dimensional Functions // Communications in Computer and Information Science. vol. 1035. 2019. Part I. Pp. 474-483. DOI: 10.1007/978-981-13-9181-1_42.
7. Камилов М.М., Фазылов Ш.Х., Мирзаев Н.М., Раджабов С.С. Модели алгоритмов распознавания, основанных на оценке взаимосвязанности признаков. – Ташкент: Fan va texnologiya, 2020. – 147 с.

8. Ковалевский В.А. Методы оптимальных решений в распознавании изображений. – М.: Наука, 1976. – 328 с.

9. Журавлев Ю.И., Дюсембаев А.Е. Построение нейросети на основе модели алгоритмов с кусочно-линейными поверхностями и параметрами для задач распознавания со стандартной информацией // Доклады Академии наук. – Москва, 2019. – Т. 488, № 1. – С. 11-15.

10. Игнатьев Н.А. Интеллектуальный анализ данных на базе непараметрических методов классификации и разделения выборок объектов поверхностями. – Ташкент: Национальный университет Узбекистана им. Мирзо Улугбека, 2010. – 140 с.

11. Ту Дж., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов. – М.: Мир, 1978. – 414 с.

12. Суздальцев В.А., Шлеймович М.П., Мокшин В.В. Системы распознавания образов. – Казань: Редакционно-издательский центр «Школа», 2019. – 156 с.

13. Duda R., Hart P., Stork D. Pattern Classification. – New York: John Wiley, 2001. – 680 p.

14. Vapnik V.N. The nature of statistical leaning theory. – Springer-Verlag. – New York, 2000. – 314 p.

15. Jain A. K., Duin R. P. W., Mao J. Statistical pattern recognition: A review // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – New York, 2000. – vol. 22, № 1. – p. 4-37.

16. Webb A. R., Copsey K.D. Statistical Pattern Recognition. – New York: Wiley, 2011. – 663 p.

17. Айзерман М.А., Браверманн Э.М., Розоноэр Л.И. Метод потенциальных функций в теории обучения машин. – М.: Наука, 1970. – 348 с.

18. Игнатьев Н.А. О некоторых проблемах реализации алгоритмов распознавания типа потенциальных функций // Методы, модели и системы обработки и анализа данных и знаний: Труды Пятой Республиканской конференции. – Ташкент, 1992. – С. 57-62.

19. Соколов Б.М. Метод потенциальных функций в задаче обучения распознающей системы с предъявлением объектов одного класса // Стохастическая оптимизация в информатике. – СПб.: СПбГУ, 2007. – Т. 3. – С. 119-123.

20. Богоносцева Т. А. Метод потенциальных функций в распознавании образов // Труды Международного симпозиума «Надежность и качество». Пенза: Пензенский государственный университет, 2013. – Том 1. – С. 154-155.

21. Фазылов Ш.Х., Раджабов С.С., Мирзаев О.Н. Анализ состояния вопросов построения моделей, основанных на принципе потенциалов // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – Ташкент, 2016. –№3. – С. 88-96.

22. Бондаренко Н.Н., Журавлев Ю.И. Алгоритм выбора конъюнкций для логических методов распознавания // Журнал вычислительной математики и математической физики. – Москва, 2012. – Т. 52, № 4. – С. 746-749.

23. Дюкова Е.В., Масляков Г.О., Прокофьев П.А. О логическом анализе данных с частичными порядками в задаче классификации по прецедентам // Журнал вычислительной математики и математической физики. – Москва, 2019. – Т. 59, № 9. – С. 1605-1616.

24. Кудрявцев В.Б., Андреев А.Е., Гасанов Э.Э. Теория тестового распознавания. – М.: Физматлит, 2007. – 320 с.

25. Лбов Г.С., Неделько В.М., Неделько С.В. Метод адаптивного поиска логической решающей функции // Сибирский журнал индустриальной математики. – Новосибирск, 2009. – Том 12. – № 3. – С. 66-74.

26. Рязанов В.В. Логические закономерности в задачах распознавания (параметрический подход) // Журнал вычислительной математики и математической физики. – Москва, 2007. – Т. 47, №10. – С. 1793-1808.

27. Журавлев Ю.И., Камилов М.М., Туляганов Ш.Е. Алгоритмы вычисления оценок и их применение. – Ташкент: ФАН, 1974. – 119 с.

28. Журавлев Ю.И. Об одной модификации алгоритмов вычисления оценок // Интеллектуализация обработки информации: Тезисы 10-го Международной конференции. – М.: ФИЦ ИУ РАН, 2015. Т. 10. – №1. – С.11–12.

29. Дьяконов А.Г. О выборе системы опорных множеств для эффективной реализации алгоритмов распознавания типа вычисления оценок // Журнал вычислительной математики и математической физики. – Москва, 2000. – Т.40, № 7. – С.1104-1118.

30. Дьяконов А.Г. Эффективные формулы вычисления оценок для алгоритмов распознавания с произвольными системами опорных множеств // Журнал вычислительной математики и математической физики. – Москва, 1999. – Т. 39, № 11. – С.1904-1918.

31. Журавлев Ю.И., Рязанов В.В., Сенько О.В. Распознавание. Математические методы. Программная система. Практические применения. – М.: Фазис, 2006. – 159 с.

32. Russell J., Cohn R. Radial Basis Function. – New York: Book on Demand, 2012. – 140 p.

33. Buhmann M.D. Radial Basis Functions: Theory and Implementations. – Cambridge: Cambridge University Press, 2009. – 272 p.

34. Kamilov M., Fazilov Sh., Mirzaeva G., Gulyamova D., Mirzaev N. Building a model of recognizing operators based on the definition of basic reference objects //Journal of Physics: Conference Series IOP Publishing London, 2020. Vol. 1441. 1-6. (2020) 012142. doi:10.1088/1742-6596/1441/1/012142.

35. Мирзаев Н.М. Алгоритмы распознавания типа средних расстояний, основанные на взаимосвязанности объектов // Проблемы информатики и энергетики. – Ташкент, 2007. – №3. – С.17-22.

36. Фазылов Ш.Х., Мирзаев Н.М., Мирзаев О.Н. Построение распознающих операторов в условиях взаимосвязанности признаков // Радиоэлектроника, информатика, управление. – Запорожье, 2016. – № 1. – С. 58-63.

37. Мирзаев Н.М. Модифицированные распознающие операторы, основанные на радиальных функциях // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – Ташкент, 2018. – № 1. – С. 100-106.

38. Фазылов Ш.Х., Мирзаев Н., Мирзаева С.Н. Модель распознающих операторов, основанных на радиальных функциях // Проблемы вычислительной и прикладной математики. – Ташкент, 2018. – № 5. – С. 84-95.

39. Мирзаев Н.М., Раджабов С.С., Жумаев Т.С. О параметризации моделей алгоритмов распознавания, основанных на оценке взаимосвязанности признаков // Проблемы информатики и энергетики». – Ташкент, 2008. – №2-3. – С.23-27.

40. Fazilov Sh.Kh., Mirzaev N.M., Radjabov S.S., Mirzaev O.N. Determining of Parameters in the Construction of Recognition Operators in Conditions of Features

Correlations // Proceedings of the 7th Int. Conf. on Optimization Problems and Their Applications – 2018 (July 8-14, 2018, Omsk, Russia,). Omsk, Russia, July 8-14. – p. 118-133.

41. Braga-Neto U.M., Dougherty E.R. Error Estimation for Pattern Recognition. – New York: Springer, 2016. – 312 p.